Illumination globale avancée radiosité et *photon-mapping*

Jeudi 8 Mars 2006

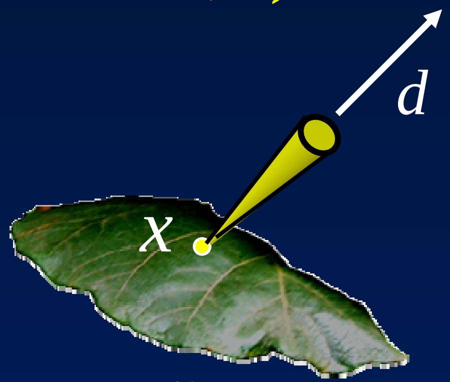
C.Soler

Radiance

- Hypothèses:
  - Pas d'ondulatoire
  - Régime permanent
  - Pas d'interaction avec l'air (intensité constante le long d'un rayon)

On s'intéresse à l'énergie lumineuse quittant la surface des objets dans chaque direction

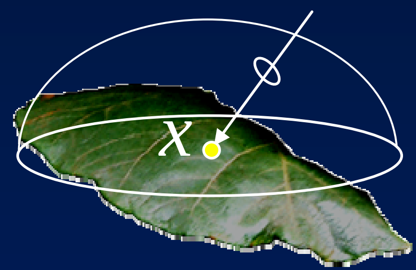
$L(x, d)$



Radiance
(flux emis / m² / angle solide)
Watt/m²/sr

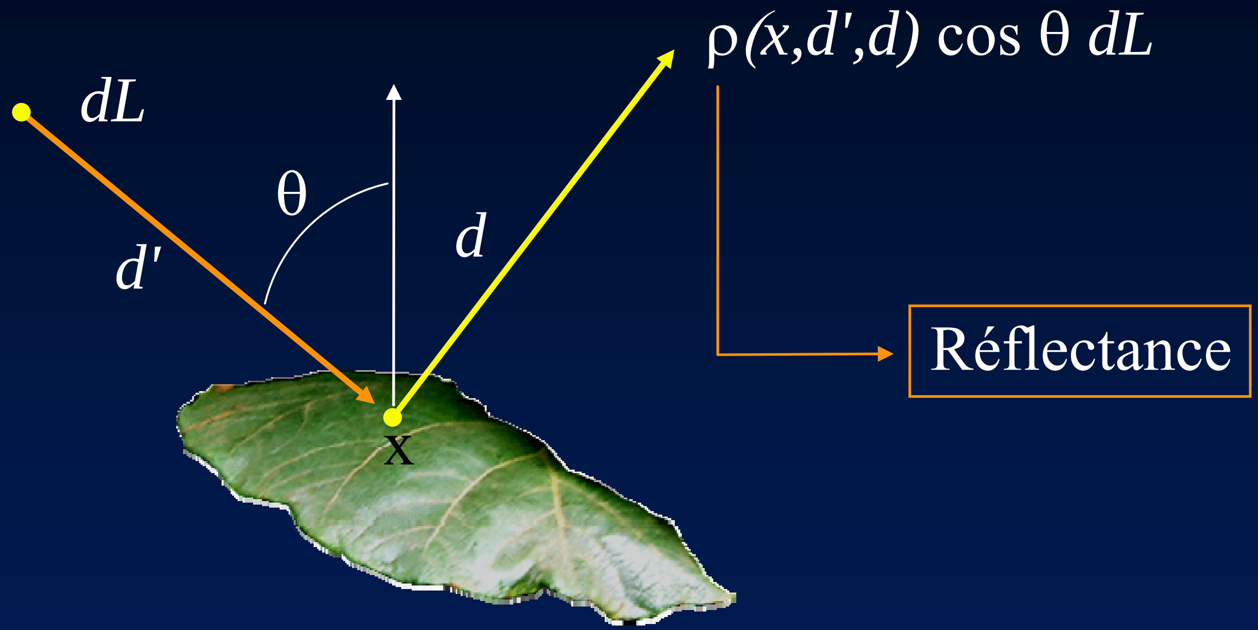
Intégration sur les directions incidentes

$I(x)$

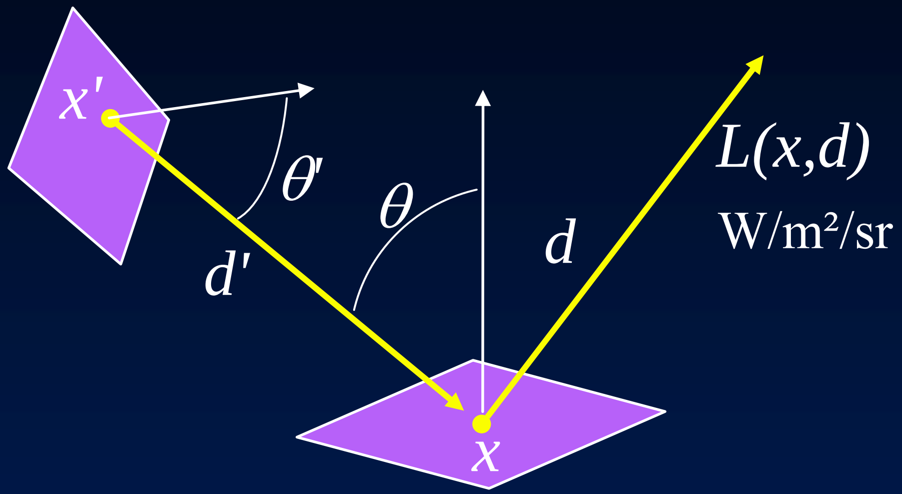


Irradiance
(flux incident total)
Watt/m²

Réflectance



Equation d'équilibre de la radiance



$$\underbrace{L(x,d)}_{\substack{\text{Radiance}\\ \text{Watt/m}^2\text{/sr}}} = \underbrace{E(x,d)}_{\text{Emittance}} + \int_{x'} \underbrace{\rho(x,d,d')}_{\text{Réflectance}} \underbrace{v(x,x')}_{\text{Visibilité}} \cos(\theta)\, \underbrace{dL(x,d')}_{\frac{\cos(\theta')}{(x-x')^2} L(x',d')dx'}$$

Plan

<u>Elements finis</u>

- ✓ Discrétisation de l'équation du rendu
  - discrétisation de Galerkin, radiosité classique
  - méthodes de Galerkin aux ordres supérieurs
  - radiosité directionnelle
  - collocation
- ✓ Résolution
- ✓ Gestion de la complexité: la radiosité hiérarchique

<u>Approche probabiliste</u>

- ✓ Le *photon mapping*

Discrétisation

$$\boxed{L(X) = E(X) + \int_Y G(X,Y)L(Y)dY}$$

- On approche *L* par *L'* dans une base de fonctions simples

$$L = \underbrace{\sum_{j=1}^{n} l_j \Lambda_j}_{L'} + \Delta L \quad \Rightarrow \quad L'(X) = E(X) + \int_Y G(X,Y)L'(Y)dY + \Delta$$

- On "projette l'équation" (*i.e* on essaye d'annuler le résidu)
  - Collocation: résidu nul en N points
  - Méthodes de Galerkin: résidu orthogonal à la base de départ
    - » radiosité classique: base unif./polynômiale par morceau.
    - » *wavelet radiosity* [Gortler'93]: base d'ondelettes

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij} l_j = e_i + \sum_{k=1}^{n} l_k \gamma_{ik} \qquad \lambda_{ij} = <\Lambda_i, \Lambda_j> \qquad \gamma_{ik} = <\Lambda_i, \int_Y G(X,Y)\Lambda_k(Y)dY>$$

Hypothèse diffuse

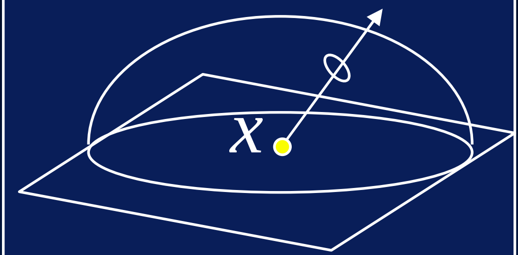
- On suppose indépendants des directions:
  - la réflectance de toutes les surfaces
  - l'émittance sur les sources

$\Rightarrow$ $L(x,d)$ indépendant de d

- On pose: $B(x) = \int_{\Omega} L(x,d)\cos(\theta)d\omega$

  i.e $B(x) = \pi L(x,.\ )$

B(*x*)



Radiosité

Watt/m²

$$\underbrace{B(x)}_{\substack{\text{Radiosité}\\ \text{Watt/m}^2}} = \underbrace{\pi E(x)}_{\substack{\text{Emittance}\\ \text{diffuse}}} + \underbrace{\pi\rho(x,.,.)}_{\substack{\text{Réflectance}\\ \text{diffuse}}}\int_{x'} \underbrace{\underbrace{v(x,x')}_{\text{Visibilité}} \frac{\cos(\theta)\cos(\theta')}{\pi(x - x')^2}}_{\text{Noyau } G(x,x')} B(x')\,dx'$$

Radiosité classique: Méthode de Galerkin

$$\Lambda_j(x) = 1_{A_j}(x)$$

Equation d'équilibre → Discrétisation → $B_i = E_i + \rho_i \sum_j F_{ij} B_j$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij} l_j = e_i + \sum_{k=1}^{n} l_k \gamma_{ik}$$

$$\lambda_{ij} = < \Lambda_i, \Lambda_j >$$

$$\gamma_{ik} = < \Lambda_i, \int_Y G(X,Y) \Lambda_k(Y) dY >$$

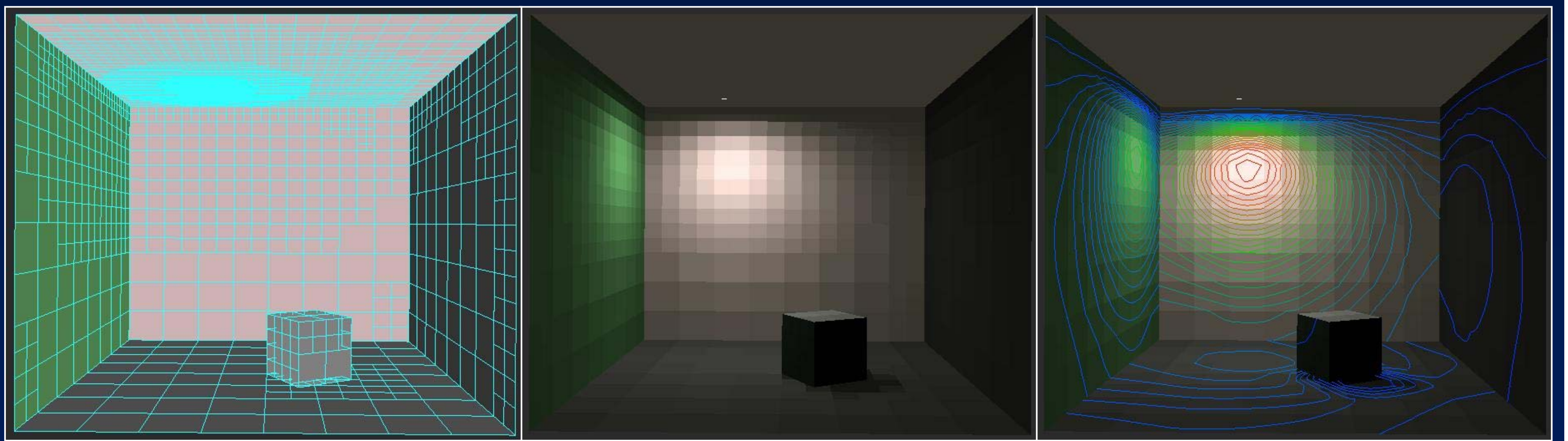
Facteur de forme

ρ_i : réflectance de A_i

τ_i : transmittance de A_i

B_i : radiosité sur A_i

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} v(x,y) \frac{\cos(\theta)\cos(\theta')}{\pi d(x,y)^2} dxdy$$



Propriétés des facteurs de forme

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_j F_{ij} B_j$$

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} v(x,y) \frac{\cos(\theta)\cos(\theta')}{\pi d(x,y)^2} dxdy$$

- Additivité:
  - Si aucune droite ne rencontre à la fois A_i, A_j et A_k:

$$F_{A_k, A_i \cup A_j} = F_{A_k, A_i} + F_{A_k, A_j}$$

- Réciprocité:

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

- Interpretation physique:

  F_{ji} est la proportion d'énergie lumineuse qui, quittant A_j, atteint A_i :

$$\Delta B_i = F_{ij} B_j$$

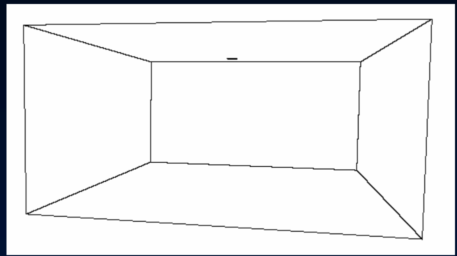
$$A_i \Delta B_i = F_{ji} A_j B_j$$

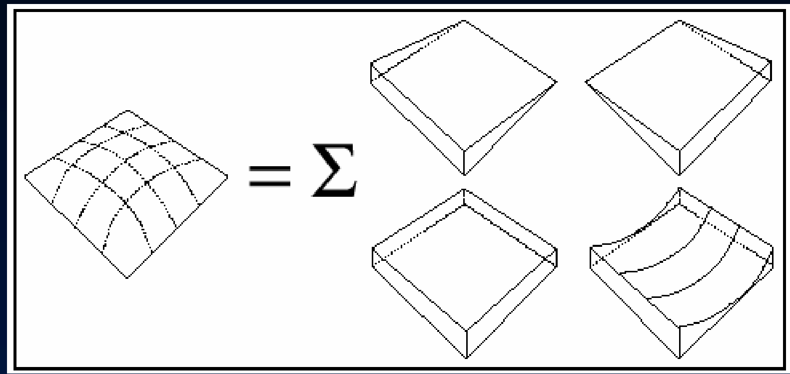
- Conservation de l'énergie:

$$\sum_j F_{ij} \leq 1$$

Galerkin, ordres supérieurs (Zatz'93)

- Compromis entre finesse du maillage et ordre des fonctions de base





- Exemple:
  - choisir un produit scalaire sur un intervalle $< f, g >= \int w(X) f(X) g(X) dX$
  - choisir une base de polynômes (exple: polynômes de Legendre pour $w=1$)

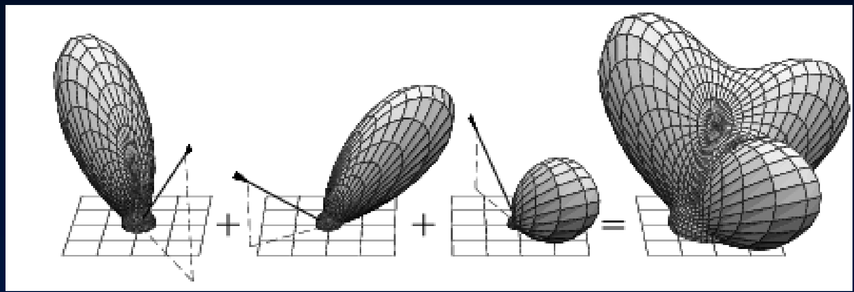
$$P_0 = 1 \qquad P_1 = X \qquad (n+1)P_{n+1} = (2n+1)XP_n - nP_{n-1}$$

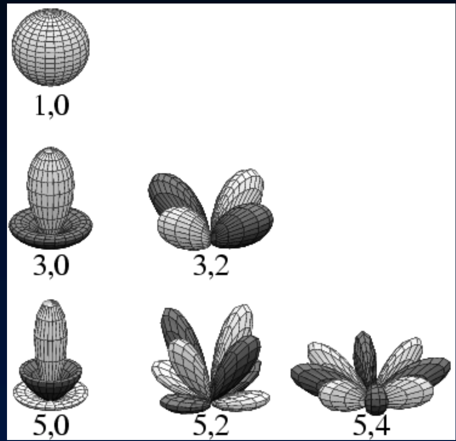
  - construire la base:

$$\Lambda_i^{k,l}(x,y) = \sqrt{\frac{(2k+1)(2l+1)}{2}} P_k(x) P_l(y) \qquad B(X)_{A_i} = \sum_{k,l} B_i^{k,l} \Lambda^{k,l}$$

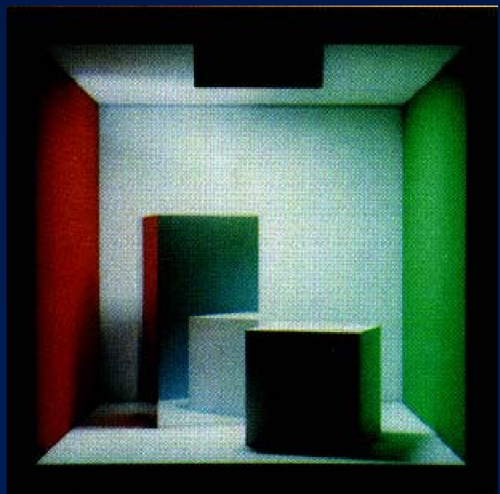
Approche directionnelle pour la radiance

- Base de fonctions directionnelles:
  - harmoniques sphériques:





  - opérations sur les coefficients des harmoniques
- Rendu:
  - En fonction du point de vue



Collocation

- On cherche la solution dans une base à *n* éléments

$$B(x) = \sum_j B_j \Lambda_j(x) + \Delta B(x)$$

- On annule le résidu de l'équation en *n* points x_i

$$B(x_i) = E(x_i) + \rho(x_i) \int_y G(x_i, y) B(y) dy$$

$$\sum_j B_j \Lambda_j(x_i) = E(x_i) + \rho(x_i) \sum_j B_j \int_S G(x_i, y) \Lambda_j(y) dy$$

- D'où le système linéaire:

$$\boxed{(K - M)B = E \qquad M_{ij} = \rho(x_i) dF_{ij} = \rho(x_i) \int_S G(x_i, y) \Lambda_j(y) dy}$$

- La base
  - pas nécessairement orthogonale
  - uniforme par morceaux, affine par morceaux, ...

Plan

Elements finis

- Discrétisation de l'équation du rendu
- Résolution
  - Résolution itérative (rappels)
  - Gestion du maillage
- Gestion de la complexité: la radiosité hiérarchique

Approche probabiliste

- *Le photon mapping*

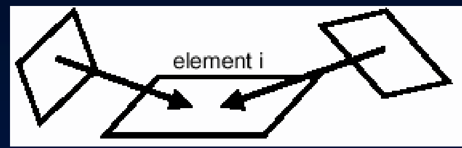
Résolution itérative

– Gathering:

$$B_i^{k+1} = E_i + \rho_i \sum_{j=1}^{i-1} F_{ij} B_j^{k+1} + \rho_i \sum_{j=i+1}^{n} F_{ij} B_j^{k}$$

ou bien

$$B_i^{k+1} = E_i + \rho_i \sum_{j=1}^{n} F_{ij} B_j^{k}$$

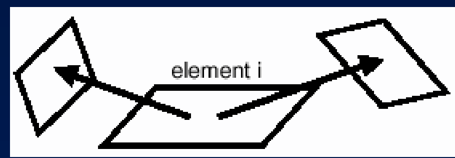


– Shooting (Southwell):

pour tout j (initialisation de l'iteration n+1):

$$\Delta B_j^{n+1} = 0 \qquad B_j^{n+1} = B_j^{n}$$

puis pour tout i et pour tout j:



$$B_j^{n+1} \mathrel{+}= \Delta B_i^{n} \rho_j F_{ji}$$

$$\Delta B_j^{n+1} \mathrel{+}= \Delta B_i^{n} \rho_j F_{ji}$$

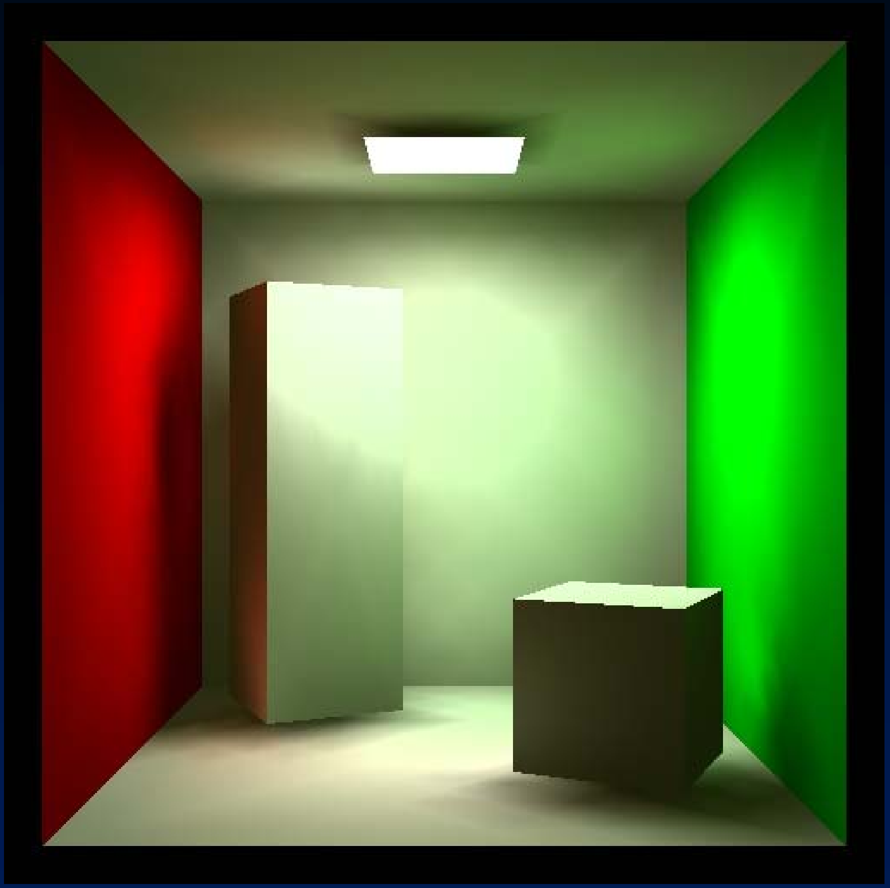
Départ:

$$\Delta B_i^{0} = E_i$$

$$B_i^{0} = E_i$$

Exemple

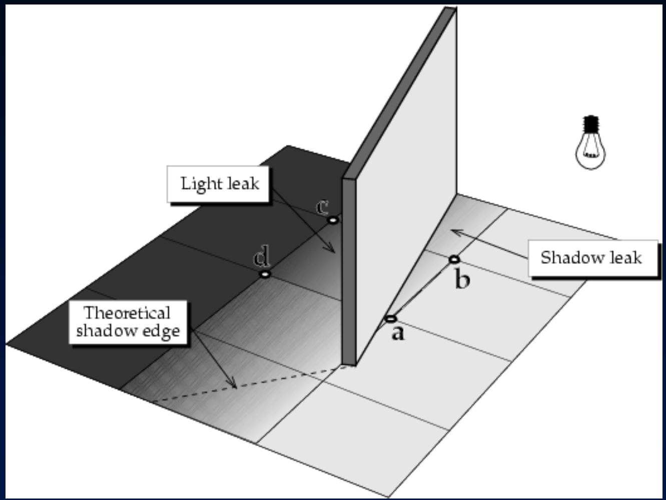
Départ de zéro

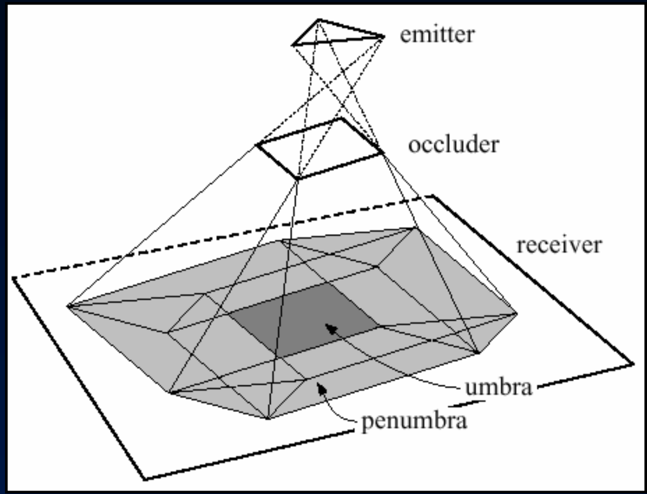


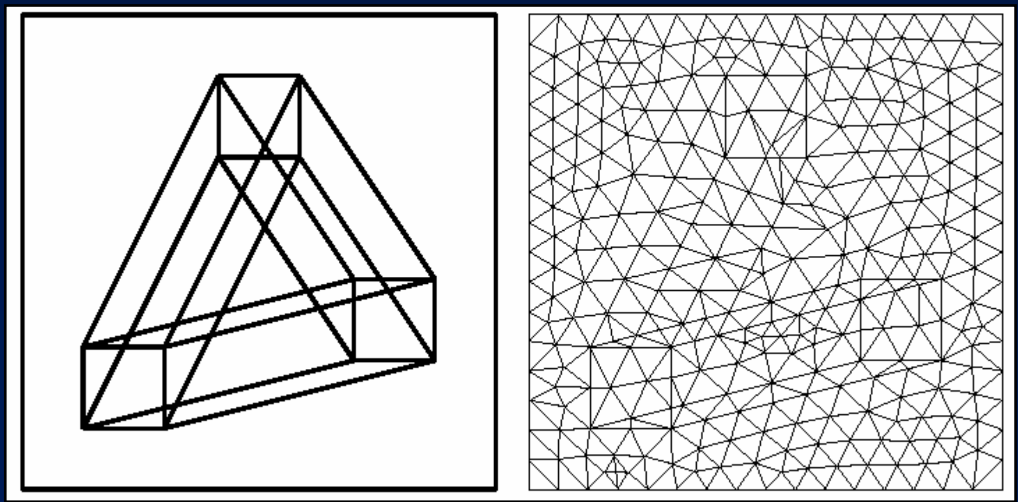
Départ d'un terme constant

Maillage de discontinuités

- Construire un maillage qui suit les discontinuités:

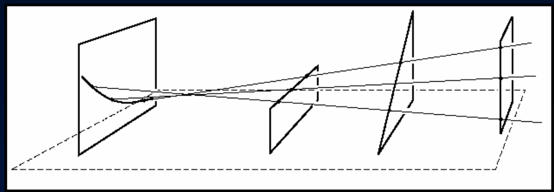






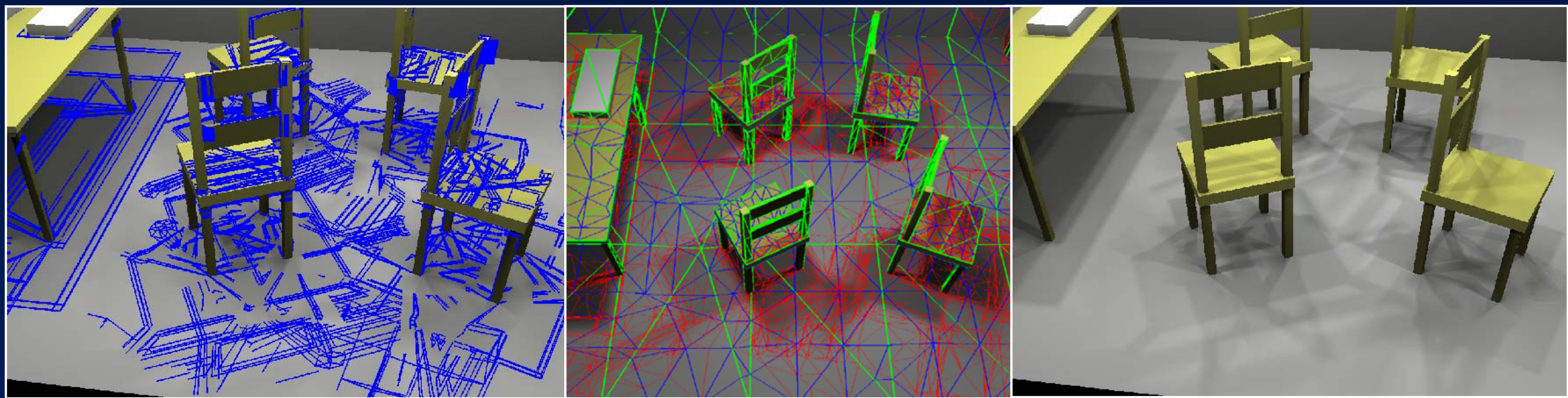
Maillage de discontinuité

- Difficultés:
  - Les discontinuités sont nombreuses et de nature variable



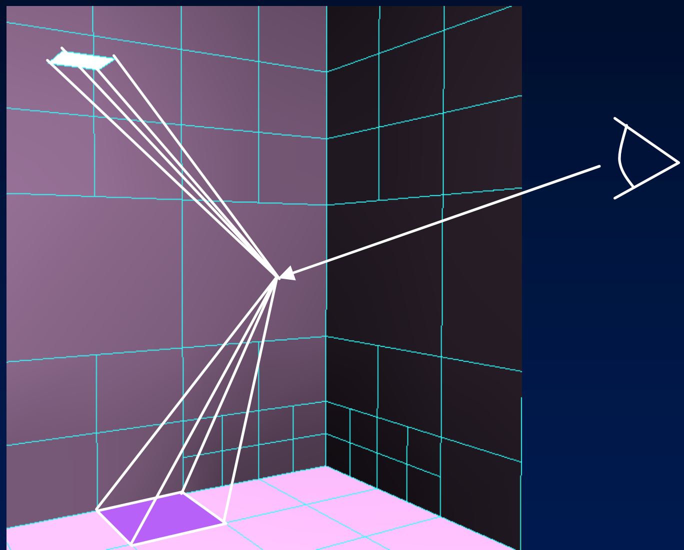
Evênement triple-arete ⇨ quadrique

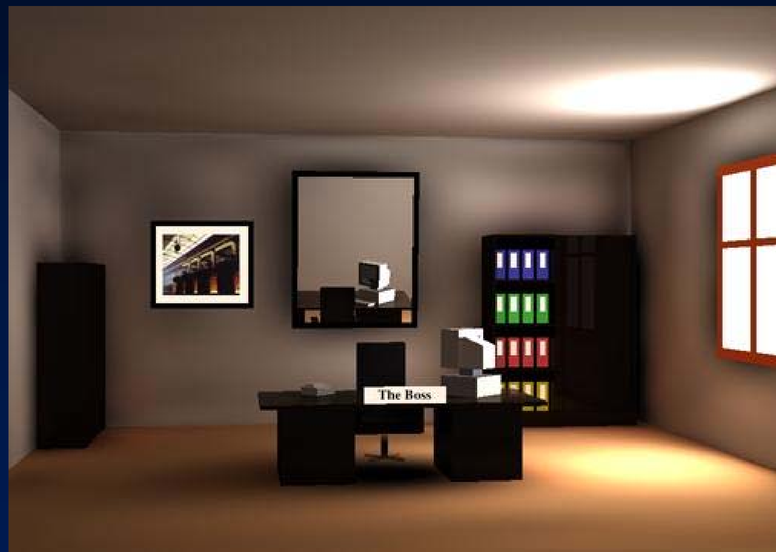
  - Elles n'ont pas toutes le même impact sur la solution



Final gather (Recolte finale)

- Lancer de rayons depuis le point de vue
  – Re-calcul en chaque point de la visibilité et de l'eclairement





- Fournit des ombres parfaites, mais
  - très coûteux !
  - dépendant du point de vue
- permet des effets spéculaires locaux.

Plan

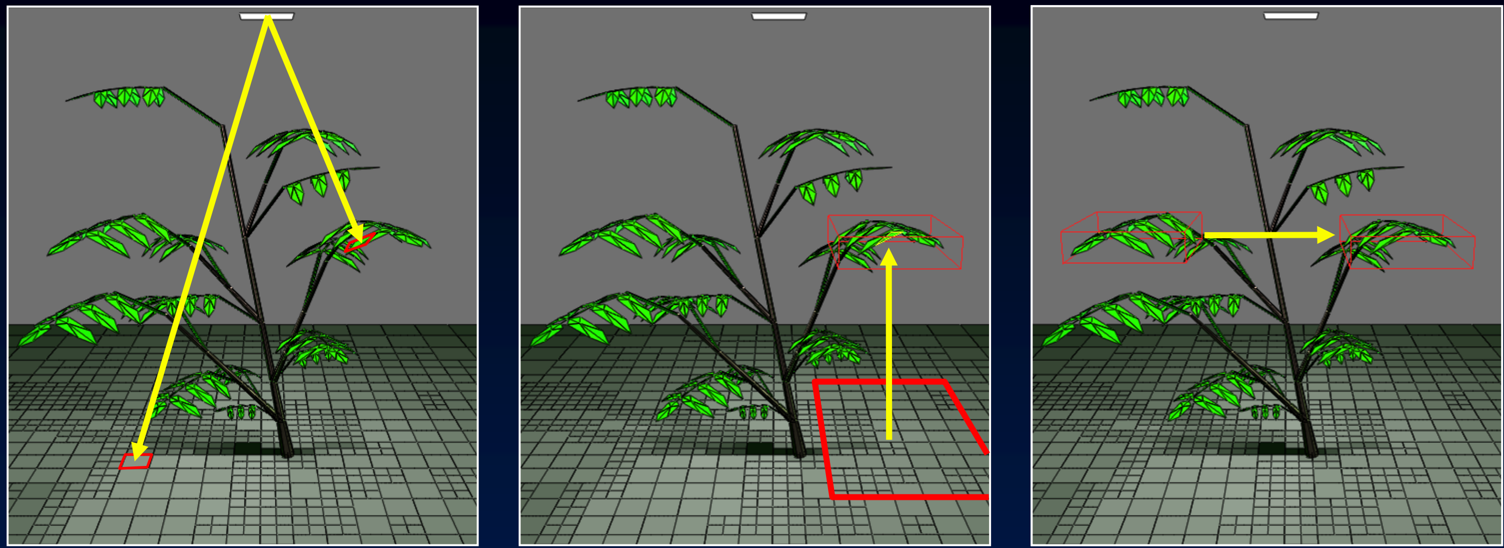
Elements finis

- ✓ Discrétisation de l'équation du rendu
- ✓ Résolution
- ✓ Gestion de la complexité: approche hiérarchique
  - – Radiosité hierarchique
  - – Représentation hiérarchique
  - – Bénéfices de la hiérarchie

Approche probabiliste

- ✓ Résolution par Monté-Carlo: *le photon mapping*

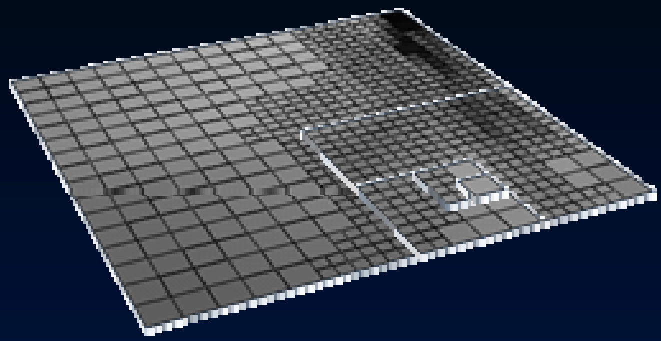
Méthode hiérarchique de radiosité



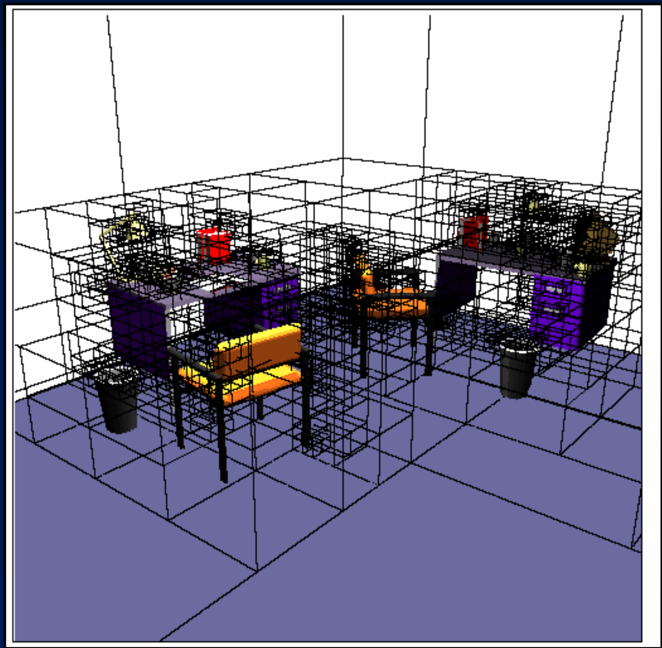
- Etablir les transferts d'énergie (ou *liens*)
  - Suffisamment haut pour économiser des calculs
  - Suffisamment bas pour conserver la précision
- Trois phases par itération:
  - Raffinement ⇨ assure la complétude des échanges
  - *Gather* ⇨ transfert de l'énergie le long des liens
  - *Push/Pull* ⇨ cohérence multi-échelles

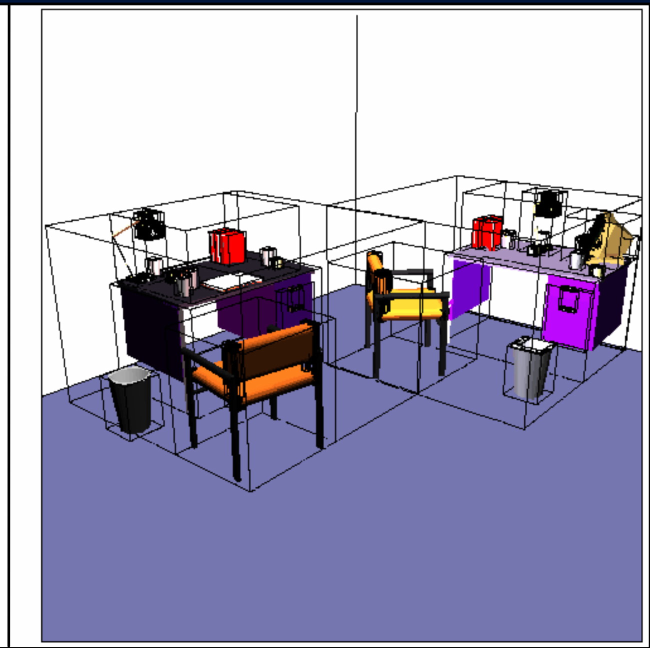
Représentation hiérarchique du modèle

- Surfaces
  - Subdivision des rectangles et des triangles



- *Clusters*

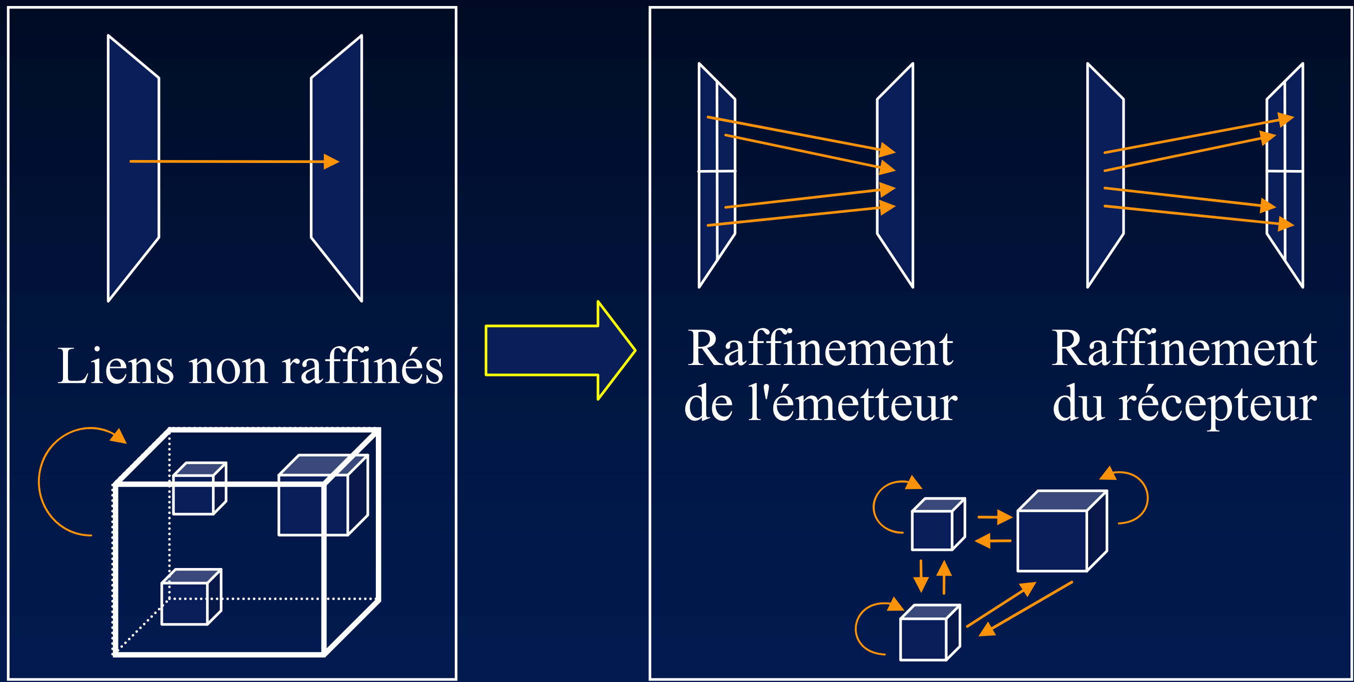




Octree | Boites anglobantes

Raffinement

- **Départ:** un unique lien de la scène sur elle même



- **Oracle de raffinement:**
  – rendre l'erreur uniforme
  – exemple: BF

Gather

- Calcul des facteurs de forme (Raffinement)

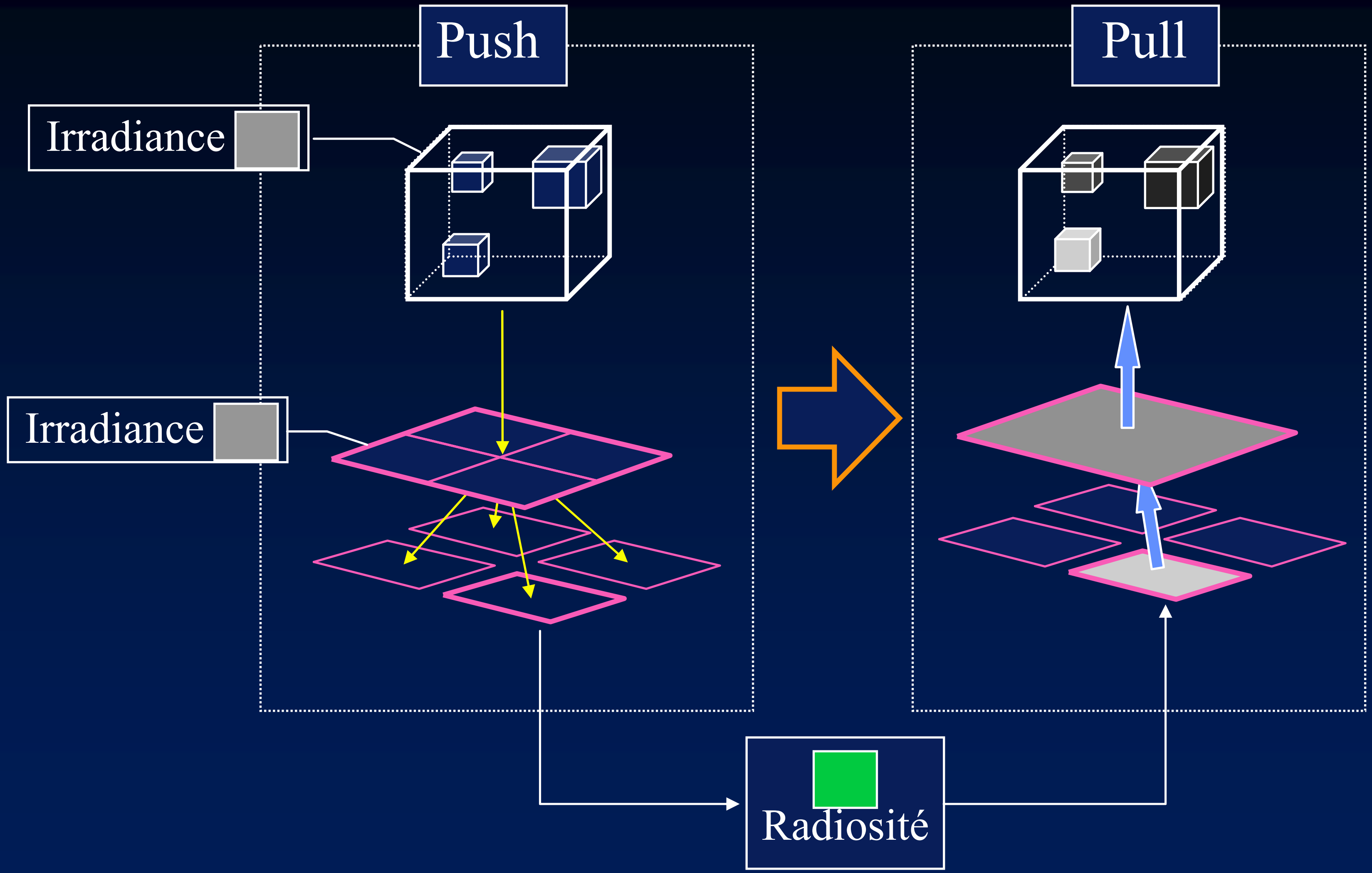
$$A_i F_{ij} = \int_{A_i}\int_{A_j} v(x,y)\,\frac{\cos(\theta)\cos(\theta')}{\pi d(x,y)^2}\,dxdy$$

  - Visibilité totale entre polygones
    ⇨ Formule analytique
  - Visibilité partielle ou clusters
    ⇨ Intégration numérique
    - Méthodes interpolantes sans intérêt
    - Monte Carlo efficace
- Transferts d'énergie (Gather)

$$C_i^{n+1} = C_i^{n+1} + F_{ij} B_j^n$$

C: Irradiance

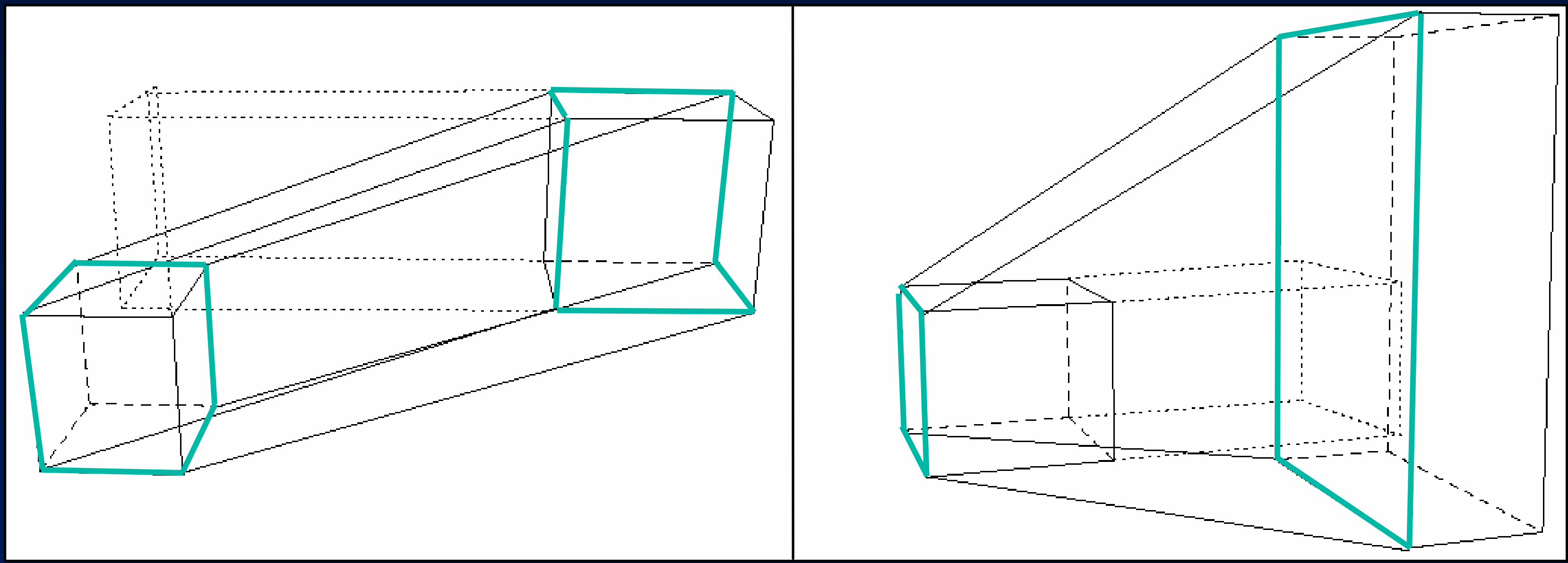
Push/Pull



Shaft culling

- Structure géometrique simple entre deux clusters
  - Rapide à calculer (4,6 ou 8 plans)
- Assure sans approximation:
  - La visibilité totale entre deux clusters
  - La propriété se conserve après raffinement

⟹ gain de CPU



6 plans — 4 plans

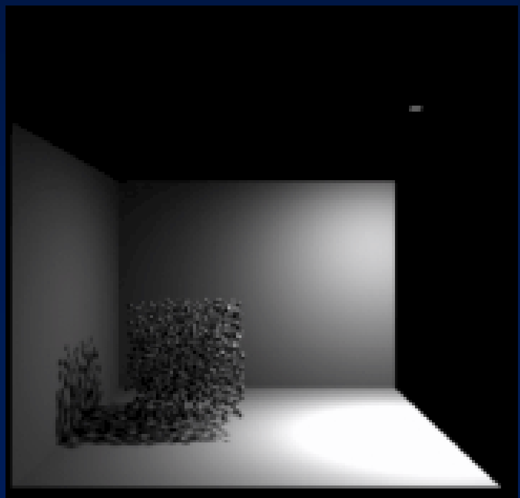
Visibilité volumique

- On assimile les obstacles à des volumes homogènes d'extinction *k(s)*:

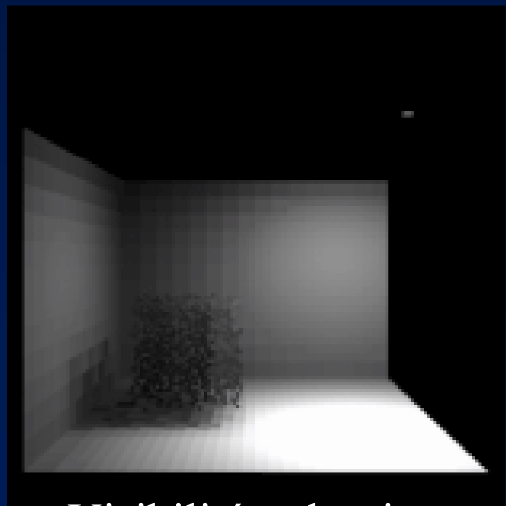
$$\frac{dL}{ds} = -\kappa(s)L(s) \qquad L(S) = L(0)e^{-\int_0^s \kappa(s)ds} = L(0)e^{-\kappa_0 s}$$

- Extinction équivalente (volume non homogène)

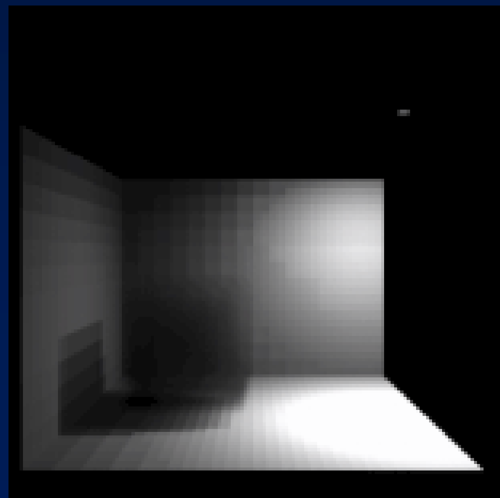
$$\kappa = \frac{A}{4V}$$



Référence



Visibilité volumique



Volume homogène

Plan

Elements finis

- ✓ Discrétisation de l'équation du rendu
- ✓ Résolution
- ✓ Gestion de la complexité: radiosite hiérarchique

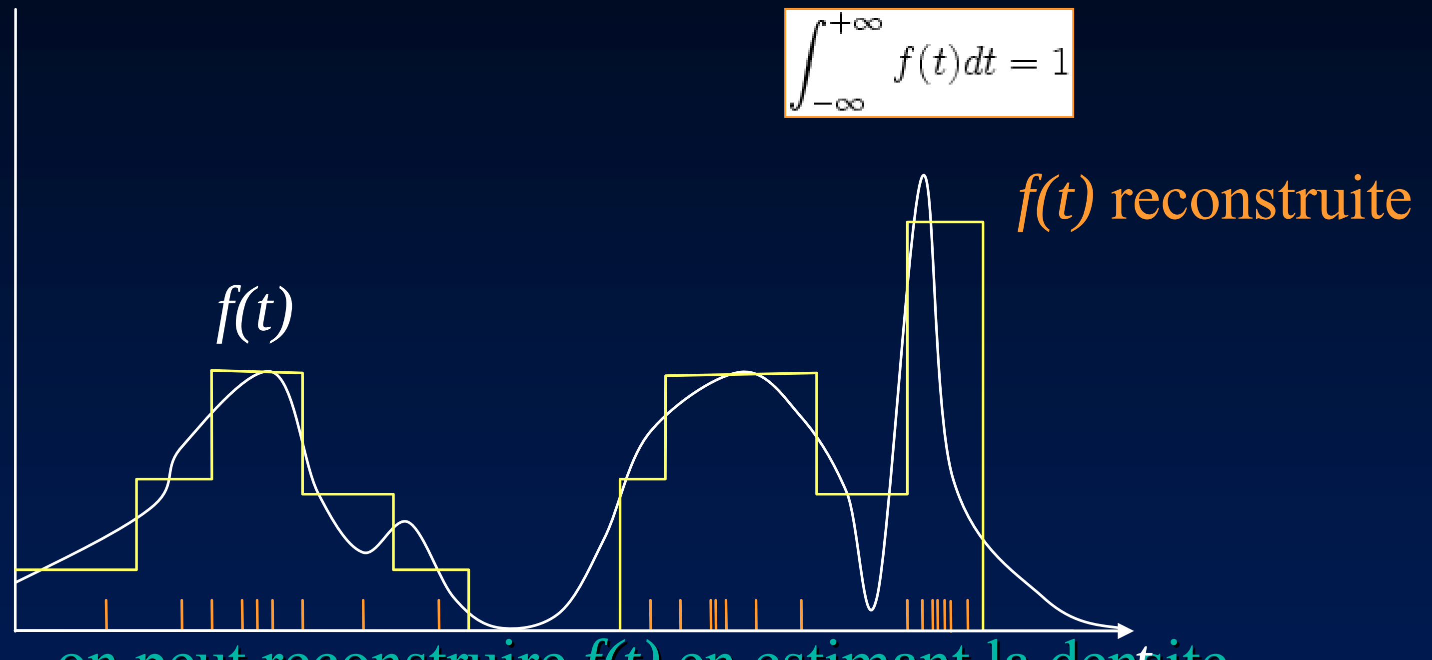
Approche probabiliste

- ✓ Le *photon mapping*
  - *principe*
  - *generation/stockage des photons*
  - *rendu*

Reconstruction d'une densité

- Cas 1D. Soit une densité de probabilité *f*

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt = 1$$



– on peut reconstruire *f(t)* en estimant la densite des echantillons:

$$f(t) = \lim_{\substack{N\to\infty \\ dx\to 0}} \frac{n_{x,x+dx}}{N dx}$$

Le *photon mapping*

✓ Principe:

– on considère la radiance comme une densité de probabilité

» l'intégrale de la radiance ne vaut pas 1 !!

» comment gère-t-on les couleurs ?

» la radiance est définie sur $S^2x[0,2\pi]x[0,\pi/2]$

– on la calcule par estimation de densité

» comment optenir les échantillons? (on ne connait pas la radiance !)

» comment estimer la densite surfacique des échantillons ?

Echantillonnage de la radiance

- Partons de l'équation de rendu:

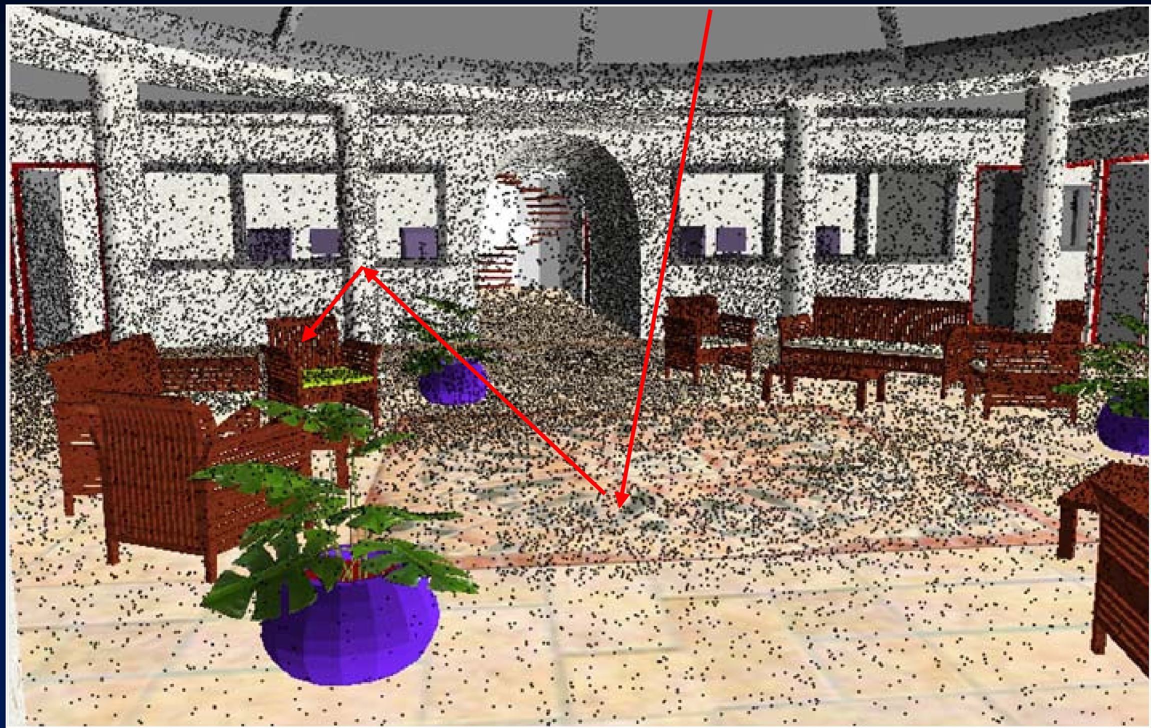
$$\underbrace{L(x,d)}_{\substack{\text{Radiance}\\ \text{Watt/m}^2\text{/sr}}} = \underbrace{E(x,d)}_{\text{Emittance}} + \int_{x'} \underbrace{\rho(x,d,d')}_{\text{Réflectance}} \underbrace{v(x,x')}_{\text{Visibilité}} \cos(\theta) \underbrace{dL(x',d')}_{\frac{\cos(\theta')}{(x-x')^2} L(x')dx'}$$

$$L = E + RL$$

$$L = E + RE + R^2E + \ldots$$

- Donc:
  - créer des chemins lumineux aléatoires en utilisant *R*
    - » *partir des sources selon E*
    - » choisir les directions réflechies selon ρ
    - » appliquer le principe de la roulette russe pour l'absorbtion
    - » déposer un échantillon à chaque rebond

Exemple



(Source de type ciel)

Le principe de la roulette russe

- ✓ Pour un photon incident de couleur s_{in}:
  - – Le stocker
  - – Déterminer et utiliser la probabilité qu'il soit réflechi:

$$p_{reflect.}(x,\omega) = \left| s_{in} \int_\Omega \rho(x,\omega,\omega') \cos\theta' d\omega' \right|$$

  - – Si oui, choisir la direction réflechie ω' en fonction de la densité de probabilité:

$$p(\omega') = |s_{in}\rho(x,\omega,\omega') \cos\theta'|$$

    - » Méthode de rejet
    - » Inversion de la densité cumulée (difficile)
  - – Calculer la couleur d'intensité 1 du photon réflechi:

$$s_{out} = \frac{\rho(x,\omega,\omega')s_{in}}{|\rho(x,\omega,\omega')s_{in}|}$$

  - – Avec:

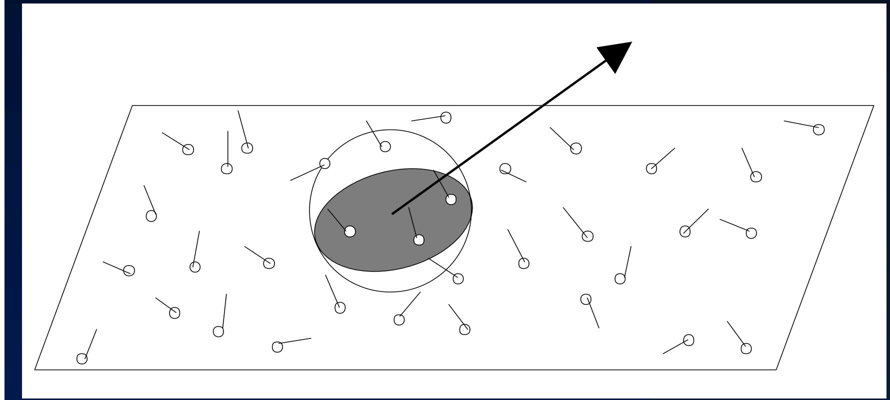
$$|s| = 0.3s_R + 0.59s_G + 0.11s_B$$

Stockage des photons

- Dans chaque photon:
  - – Position (3 *floats*)
  - – Direction incidente (2 *float* ⇨ 2 *char*)
  - – Couleur (3 *float* ⇨ 4 *char*), mais d'intensite 1
- L'ensemble des N photons est dans un KDTree
  - – Recherche des n plus proches voisins en log(N)
  - – Stockage indépendent de la géometrie !!

Estimation de la densité

- Radiance en fonction de la densité



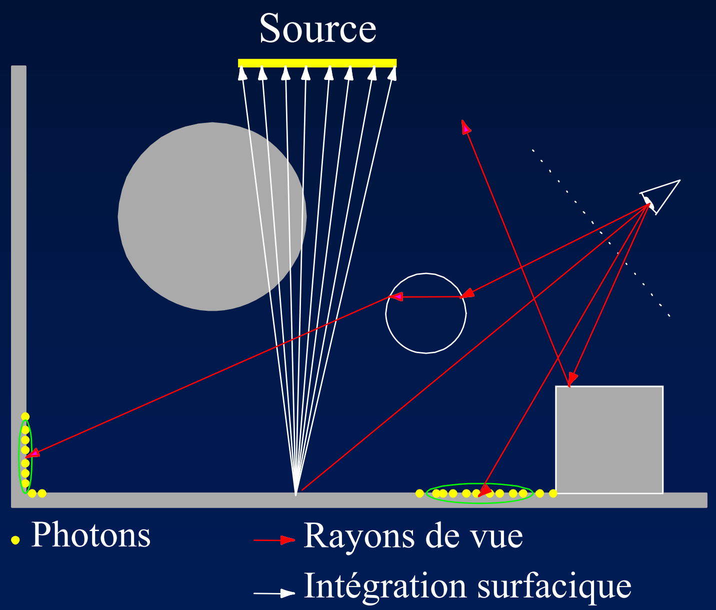
$$
\begin{aligned}
L(x,\vec{\omega}) &= \int_\Omega f_r(x,\vec{\omega}',\vec{\omega}) L'(x,\vec{\omega}') \cos\theta'\, d\omega' \\
&= \int_\Omega f_r(x,\vec{\omega}',\vec{\omega}) \frac{d\Phi^2(x,\vec{\omega}')}{d\omega' \cos\theta' dA} \cos\theta' d\omega' \\
&= \int_\Omega f_r(x,\vec{\omega}',\vec{\omega}) \frac{d\Phi^2(x,\vec{\omega}')}{dA} \\
&\approx \sum_{p=1}^{n} f_r(x,\vec{\omega}'_p,\vec{\omega}) \frac{\Delta\Phi_p(x,\vec{\omega}'_p)}{\pi r^2}
\end{aligned}
$$

- Donc:
  - récolter les *n photons* les plus proches d'un point ⇨ r
  - sommer leurs contributions, et diviser par πr^2

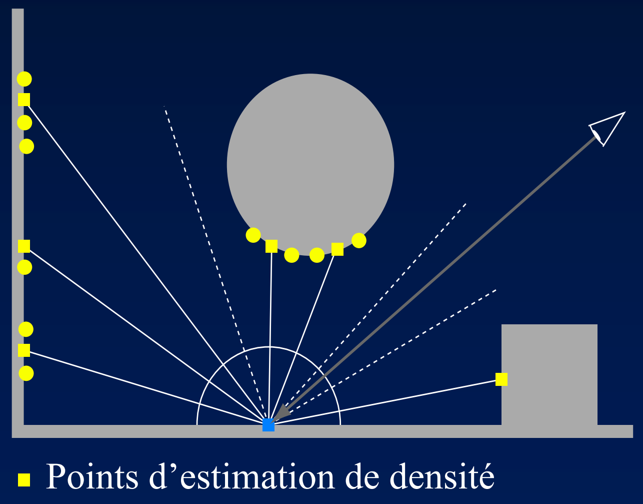
Exemple

Ecl. = Direct + indirect + caustiques

- On sépare les composantes:
  - Caustiques: estimation de densité directe
  - Eclairage direct: intégration sur la source
  - Eclairage indirect: estimation de densité indirecte



Eclairage direct
et caustiques



Eclairage indirect
(composante diffuse)

Exemple

Exemple

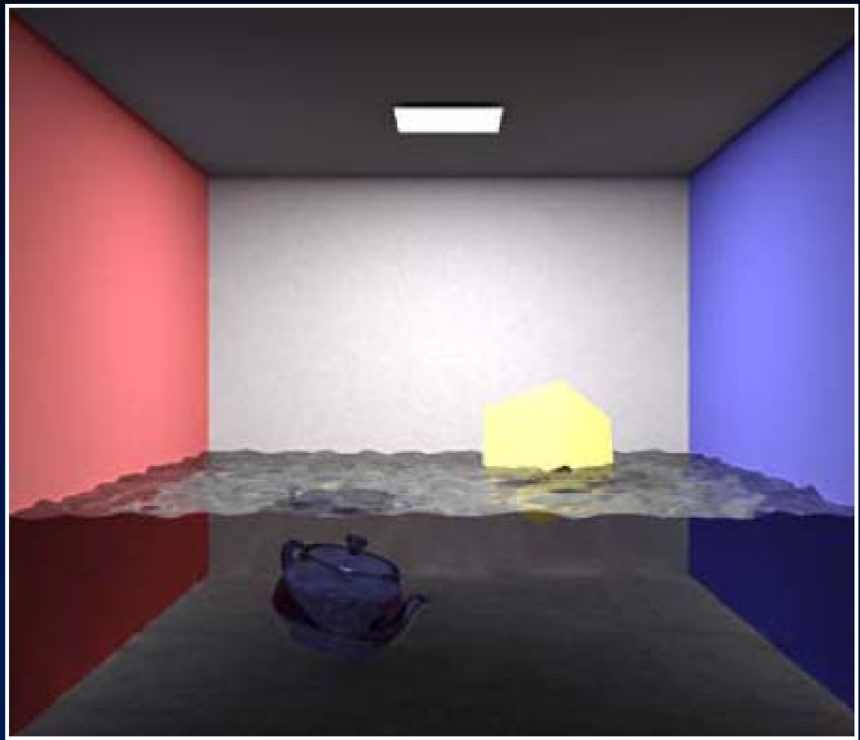
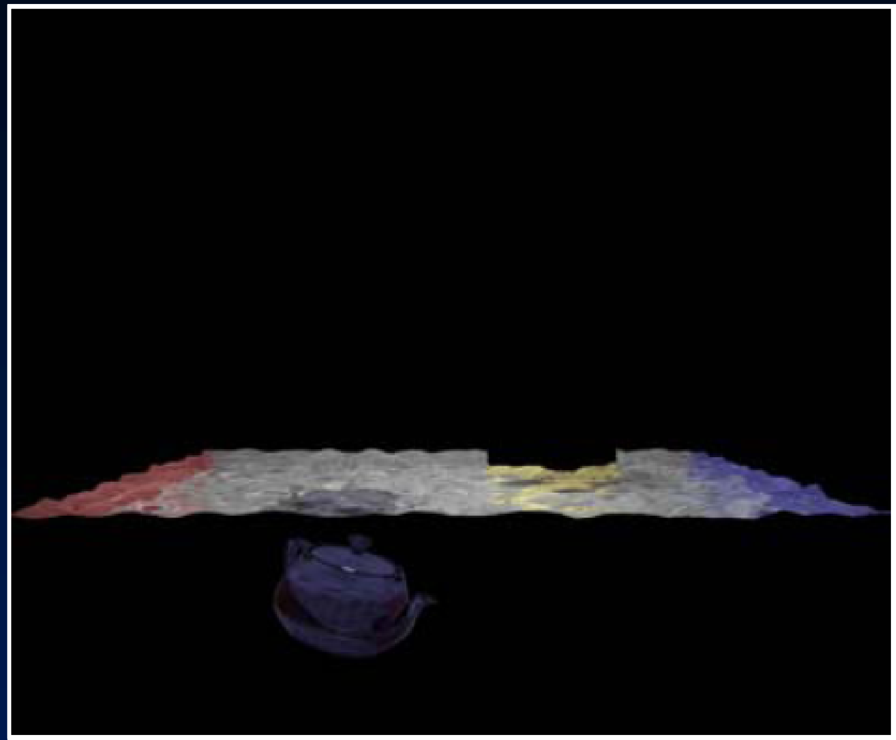


Image finale



Partie *ray*-tracée

Exemples d’images

HQR – Projet RealReflect

Des packages gratuits

Ray	Sources	**	http://www.cs.technion.ac.il/Labs/Isl/Project/Projects_done/ray/ray.html
Helios32	Sources	*	http://www.helios32.com
Render Park	Sources	***	http://www.cs.kuleuven.ac.be/cwis/research/graphics/RENDERPARK/
Blue moon rendering tool	Exe	**	http://klee.usr.dico.unimi.it/~dan/grafica/doc/bmrt/doc/html/ (basé sur RenderMan)
Radiance	Sources	**	http://radsite.lbl.gov/radiance/
HQR	Sources	**	http://artis.imag.fr/~Cyril.Soler/HQR

Références

- Radiosité
  - » *The hemicube. A radiosity solution for complex environments*. Cohen, Greenberg. Siggraph'85.
- Galerkin - ordres supérieurs
  - » *Galerkin radiosity; a higher order solution method for global illumination*. H. Zatz. Siggraph'93
  - » *Radiosity algorithms using higher order finite element methods*. R. Troutman, N. Max. Siggraph'93
- Radiosité directionnelle
  - » *A hierarchical illumination algorithm for surfaces with glossy reflection*. L. Aupperle. P. Hanrahan. Siggraph'93
  - » *A global illumination solution for general reflectance distributions*. F. Sillion *et al.* Siggraph'91.
- Radiosité hiérarchique / Clustering
  - » *A unified hierarchical algorithm for global illumination with scattering volumes and object clusters*. F. Sillion. IEEE transactions on graphics. 1(3), sept 1995.
- Photon mapping
  - » Realistic image synthesis using photon mapping. H.W.Jensen, ISBN: 1-56881-140-7. AK Peters, 2001
  - » A Practical Guide to Ray Tracing and Photon Mapping. Siggraph'04 course notes.