

Illumination globale avancée radiosité et *photon-mapping*

Jeudi 8 Mars 2006
C.Soler

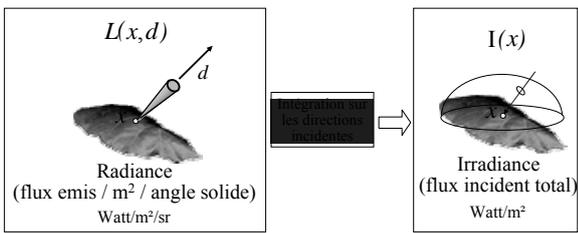
Radiance

✓ Hypothèses:

- Pas d'ondulatoire
- Régime permanent
- Pas d'interaction avec l'air
(intensité constante le long d'un rayon)

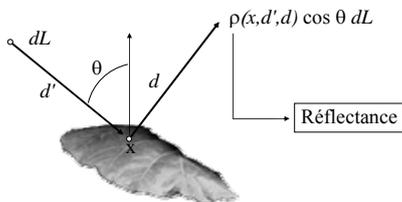


On s'intéresse à l'énergie lumineuse quittant la surface des objets dans chaque direction



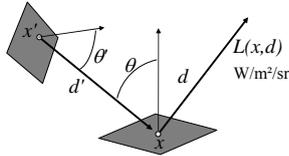
Introduction

Réflectance



Introduction

Equation d'équilibre de la radiance



$$L(x, d) = E(x, d) + \int_V \underbrace{\rho(x, d, d')}_{\text{Réflectance}} \underbrace{v(x, x')}_{\text{Visibilité}} \underbrace{\cos(\theta)}_{\frac{\cos(\theta')}{(x-x')^2}} L(x', d') dx'$$

Radiance Emittance Réflectance Visibilité $\frac{\cos(\theta')}{(x-x')^2} L(x', d')$

Watt/m²/sr

Introduction

Plan

Elements finis

- ✓ Discrétisation de l'équation du rendu
 - discrétisation de Galerkin, radiosité classique
 - méthodes de Galerkin aux ordres supérieurs
 - radiosité directionnelle
 - collocation
- ✓ Résolution
- ✓ Gestion de la complexité: la radiosité hiérarchique

Approche probabiliste

- ✓ Le *photon mapping*

Discrétisation

$$L(X) = E(X) + \int G(X, Y) L(Y) dY$$

- ✓ On approche L par L' dans une base de fonctions simples

$$L = \sum_{j=1}^n l_j \Lambda_j + \Delta L \quad \Rightarrow \quad L'(X) = E(X) + \int G(X, Y) L'(Y) dY + \Delta$$

- ✓ On "projette l'équation" (*i.e* on essaye d'annuler le résidu)

- Collocation: résidu nul en N points
- Méthodes de Galerkin: résidu orthogonal à la base de départ
 - » radiosité classique: base unif./polynômiale par morceau.
 - » *wavelet radiosity* [Gortler'93]: base d'ondelettes

$$\sum_{j=1}^n \lambda_{ij} l_j = e_i + \sum_{k=1}^n l_k \gamma_{ik} \quad \begin{matrix} \lambda_{ij} = \langle \Lambda_i, \Lambda_j \rangle \\ \gamma_{ik} = \langle \Lambda_i, \int G(X, Y) \Lambda_k(Y) dY \rangle \end{matrix}$$

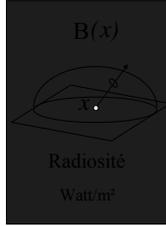
Discrétisation

Hypothèse diffuse

- ✓ On suppose indépendants des directions:
 - la réflectance de toutes les surfaces
 - l'émission sur les sources

→ $L(x, d)$ indépendant de d

- ✓ On pose: $B(x) = \int_{\Omega} L(x, d) \cos(\theta) d\omega$
i.e $B(x) = \pi L(x, \cdot)$



$$B(x) = \underbrace{\pi E(x)}_{\text{Radiosité Watt/m}^2} + \underbrace{\pi \rho(x, \dots)}_{\text{Émission diffuse}} \int_{\Omega} \underbrace{v(x, x')}_{\text{Réflectance diffuse}} \underbrace{\frac{\cos(\theta)\cos(\theta')}{\pi(x-x')^2}}_{\text{Visibilité Noyau } G(x, x')} B(x') dx'$$

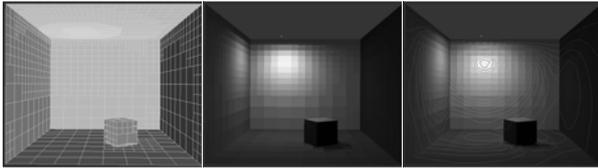
Introduction

Radiosité classique: Méthode de Galerkin

Equation d'équilibre $\Lambda_j(x) = 1_{A_j}(x)$ → $B_i = E_i + \rho_i \sum_j F_{ij} B_j$
 $\sum_j \lambda_j = \epsilon_i + \sum_j \lambda_j$ $\lambda_j = \langle \Lambda_j, \Lambda_i \rangle$ $\rho_j = \langle G(x, y), \Lambda_j \rangle / \langle G(x, y), \Lambda_i \rangle$
 Facteur de forme

ρ_i : réflectance de A_i
 τ_i : transmittance de A_i
 B_i : radiosité sur A_i

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \iint_{A_j} v(x, y) \frac{\cos(\theta)\cos(\theta')}{\pi d(x, y)^2} dx dy$$



Radiosité classique

Propriétés des facteurs de forme

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_j F_{ij} B_j \quad F_{ij} = \frac{1}{A_i} \iint_{A_j} v(x, y) \frac{\cos(\theta)\cos(\theta')}{\pi d(x, y)^2} dx dy$$

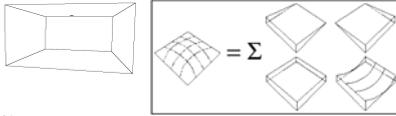
- ✓ Additivité:
 - Si aucune droite ne rencontre à la fois A_i , A_j et A_k :
 $F_{A_k, A_i \cup A_j} = F_{A_k, A_i} + F_{A_k, A_j}$
- ✓ Réciprocité: $A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$
- ✓ Interpretation physique: F_{ij} est la proportion d'énergie lumineuse qui, quittant A_j , atteint A_i : $\Delta B_i = F_{ij} B_j$
- ✓ Conservation de l'énergie: $\sum_j F_{ij} A_j = A_i$

$$\sum_j F_{ij} \leq 1$$

Radiosité classique

Galerkin, ordres supérieurs (Zatz'93)

- ✓ Compromis entre finesse du maillage et ordre des fonctions de base



- ✓ Exemple:

– choisir un produit scalaire sur un intervalle $\langle f, g \rangle = \int w(x)f(x)g(x)dx$

– choisir une base de polynômes (exple: polynômes de Legendre pour $w=1$)

$$P_0 = 1 \quad P_1 = X \quad (n+1)P_{n+1} = (2n+1)XP_n - nP_{n-1}$$

– construire la base:

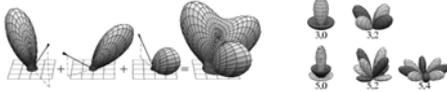
$$\Lambda_i^{k,l}(x,y) = \sqrt{\frac{(2k+1)(2l+1)}{2}} P_k(x)P_l(y) \quad B(X)_A = \sum_{k,l} B_i^{k,l} \Lambda_i^{k,l}$$

Discretisation

Approche directionnelle pour la radiance

- ✓ Base de fonctions directionnelles:

– harmoniques sphériques:



– opérations sur les coefficients des harmoniques

- ✓ Rendu:

– En fonction du point de vue



Discretisation

Collocation

- ✓ On cherche la solution dans une base à n éléments

$$B(x) = \sum B_j \Lambda_j(x) + \Delta B(x)$$

- ✓ On annule le résidu de l'équation en n points x_i

$$B(x_i) = E(x_i) + \rho(x_i) \int G(x_i, y) B(y) dy$$

- ✓ $\sum B_j \Lambda_j(x_i) = E(x_i) + \rho(x_i) \sum B_j \int G(x_i, y) \Lambda_j(y) dy$

- ✓ D'où le système linéaire:

$$(K - M)B = E \quad M_{ij} = \rho(x_i) \int G(x_i, y) \Lambda_j(y) dy$$

- ✓ La base

– pas nécessairement orthogonale

– uniforme par morceaux, affine par morceaux, ...

Discretisation

Plan

Elements finis

- ✓ Discrétisation de l'équation du rendu
- ✓ Résolution
 - Résolution itérative (rappels)
 - Gestion du maillage
- ✓ Gestion de la complexité: la radiosité hiérarchique

Approche probabiliste

- ✓ *Le photon mapping*

Résolution itérative

- Gathering:

$$B_i^{k+1} = E_i + \rho_i \sum_{j=1}^{i-1} F_{ij} B_j^{k+1} + \rho_i \sum_{j=i+1}^n F_{ij} B_j^k$$

ou bien

$$B_i^{k+1} = E_i + \rho_i \sum_{j=1}^n F_{ij} B_j^k$$

- Shooting (Southwell)⁻
pour tout j (initialisation de l'iteration n+1):

$$\Delta B_j^{n+1} = 0 \quad B_j^{n+1} = B_j^n$$

puis pour tout i et pour tout j:

$$B_j^{n+1} += \Delta B_i^n \rho_j F_{ji} \quad \text{Départ: } \Delta B_i^0 = E_i$$

$$\Delta B_j^{n+1} += \Delta B_i^n \rho_j F_{ji} \quad B_i^0 = E_i$$



Exemple



Départ de zéro

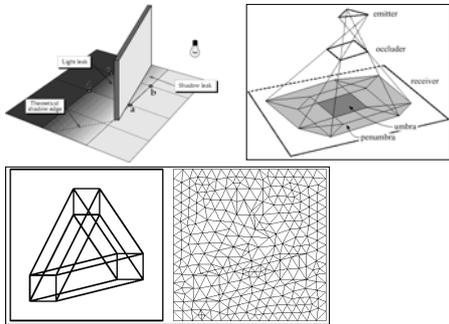


Départ d'un terme constant

Radiosité classique

Maillage de discontinuités

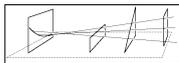
- ✓ Construire un maillage qui suit les discontinuités:



Gestion du maillage

Maillage de discontinuité

- ✓ Difficultés:
 - Les discontinuités sont nombreuses et de nature variable



Evènement triple-arete → quadrique

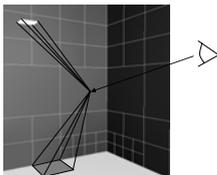
- Elles n'ont pas toutes le même impact sur la solution



Gestion du maillage

Final gather (Recolte finale)

- ✓ Lancer de rayons depuis le point de vue
 - Re-calcul en chaque point de la visibilité et de l'éclaircement



- Fournit des ombres parfaites, mais
 - très coûteux !
 - dépendant du point de vue
- permet des effets spéculaires locaux.

Gestion du maillage

Plan

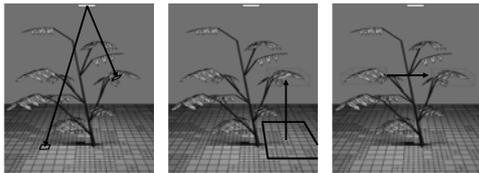
Éléments finis

- ✓ Discrétisation de l'équation du rendu
- ✓ Résolution
- ✓ Gestion de la complexité: approche hiérarchique
 - Radiosité hiérarchique
 - Représentation hiérarchique
 - Bénéfices de la hiérarchie

Approche probabiliste

- ✓ Résolution par Monté-Carlo: *le photon mapping*

Méthode hiérarchique de radiosité

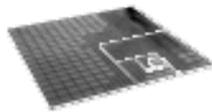


- ✓ Etablir les transferts d'énergie (ou *liens*)
 - Suffisamment haut pour économiser des calculs
 - Suffisamment bas pour conserver la précision
- ✓ Trois phases par itération:
 - Raffinement ➡ assure la complétude des échanges
 - *Gather* ➡ transfert de l'énergie le long des liens
 - *Push/Pull* ➡ cohérence multi-échelles

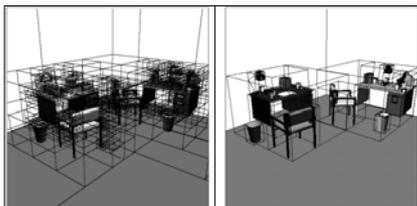
Radiosité hiérarchique

Représentation hiérarchique du modèle

- ✓ Surfaces
 - Subdivision des rectangles et des triangles



- ✓ *Clusters*



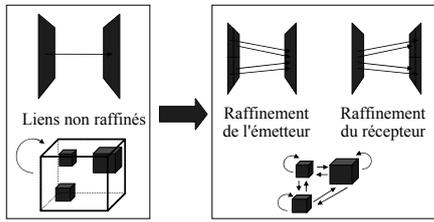
Octree

Boîtes englobantes

Radiosité hiérarchique

Raffinement

- ✓ Départ: un unique lien de la scène sur elle même



- ✓ Oracle de raffinement:
 - rendre l'erreur uniforme
 - exemple: BF

Radiosité hiérarchique

Gather

- ✓ Calcul des facteurs de forme (Raffinement)

$$A_i F_{ij} = \int_{A_j} \int_{A_i} v(x, y) \frac{\cos(\theta) \cos(\theta')}{\pi d(x, y)^2} dx dy$$

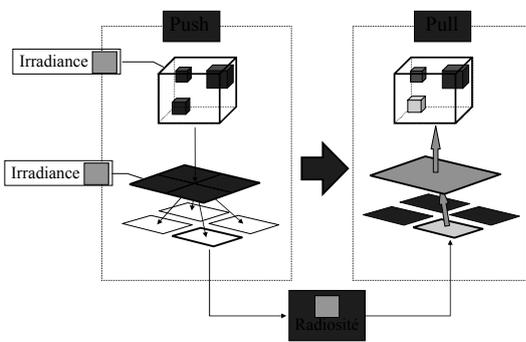
- Visibilité totale entre polygones
 → Formule analytique
- Visibilité partielle ou clusters
 → Intégration numérique
 - Méthodes interpolantes sans intérêt
 - Monte Carlo efficace

- ✓ Transferts d'énergie (Gather)

$$C_i^{n+1} = C_i^{n+1} + F_{ij} B_j^n \quad C: \text{Irradiance}$$

Radiosité hiérarchique

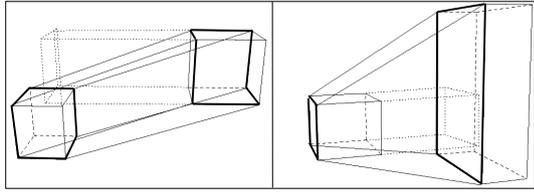
Push/Pull



Radiosité hiérarchique

Shaft culling

- ✓ Structure géométrique simple entre deux clusters
 - Rapide à calculer (4,6 ou 8 plans)
 - ✓ Assure sans approximation:
 - La visibilité totale entre deux clusters
 - La propriété se conserve après raffinement
- ➔ gain de CPU



6 plans

4 plans

Radiosité hiérarchique

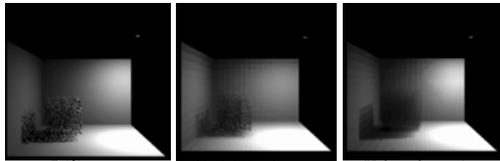
Visibilité volumique

- ✓ On assimile les obstacles à des volumes homogènes d'extinction $k(s)$:

$$\frac{dL}{ds} = -\kappa(s)L(s) \quad L(S) = L(0)e^{-\int_0^S \kappa(s) ds} = L(0)e^{-\kappa V}$$

- ✓ Extinction équivalente (volume non homogène)

$$\kappa = \frac{A}{4V}$$



Référence

Visibilité volumique

Volume homogène

Radiosité hiérarchique

Plan

Elements finis

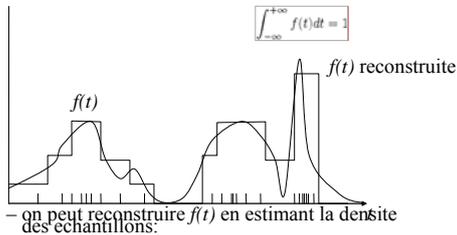
- ✓ Discrétisation de l'équation du rendu
- ✓ Résolution
- ✓ Gestion de la complexité: radiosité hiérarchique

Approche probabiliste

- ✓ Le *photon mapping*
 - principe
 - generation/stockage des photons
 - rendu

Reconstruction d'une densité

✓ Cas 1D. Soit une densité de probabilité f



$$f(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_{x,x+dx}}{N dx}$$

Principe

Le photon mapping

✓ Principe:

- on considère la radiance comme une densité de probabilité
 - » l'intégrale de la radiance ne vaut pas 1 !!
 - » comment gère-t-on les couleurs ?
 - » la radiance est définie sur $S^2 \times [0, 2\pi] \times [0, \pi/2]$
- on la calcule par estimation de densité
 - » comment obtenir les échantillons? (on ne connaît pas la radiance !)
 - » comment estimer la densité surfacique des échantillons ?

Principe

Echantillonnage de la radiance

✓ Partons de l'équation de rendu:

$$L(x, d) = \underbrace{E(x, d)}_{\text{Radiance}} + \underbrace{\int_{x'} \rho(x, d, d') v(x, x') \cos(\theta)}_{\text{Emittance} \times \text{Réflectance} \times \text{Visibilité}} \underbrace{dL(x', d')}_{\frac{\cos(\theta)}{(x-x')^2} L(x') dx'}$$

$$L = E + RL$$

✓ Donc: $L = E + RE + R^2E + \dots$

- créer des chemins lumineux aléatoires en utilisant R
 - » partir des sources selon E
 - » choisir les directions réfléchies selon p
 - » appliquer le principe de la roulette russe pour l'absorption
 - » déposer un échantillon à chaque rebond

Génération/stockage des photons

Exemple



(Source de type ciel)

Génération/stockage des photons

Le principe de la roulette russe

- ✓ Pour un photon incident de couleur s_{in} :
 - Le stocker
 - Déterminer et utiliser la probabilité qu'il soit réfléchi:

$$p_{refl\acute{e}c.}(x, \omega) = s_{in} \int_0^{\pi} \rho(x, \omega, \omega') \cos \theta' d\omega'$$

- Si oui, choisir la direction réfléchie ω' en fonction de la densité de probabilité:

$$p(\omega') = \frac{\rho(x, \omega, \omega') \cos \theta'}{p_{refl\acute{e}c.}(x, \omega)}$$

- » Méthode de rejet
- » Inversion de la densité cumulée (difficile)
- Calculer la couleur d'intensité 1 du photon réfléchi:

$$s_{out} = \frac{\rho(x, \omega, \omega') s_{in}}{|\rho(x, \omega, \omega') s_{in}|}$$

- Avec:

$$|s| = 0.3s_R + 0.59s_G + 0.11s_B$$

Génération/stockage des photons

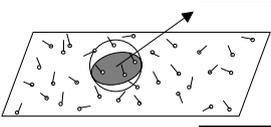
Stockage des photons

- ✓ Dans chaque photon:
 - Position (3 *floats*)
 - Direction incidente (2 *float* \Leftrightarrow 2 *char*)
 - Couleur (3 *float* \Leftrightarrow 4 *char*), mais d'intensité 1
- ✓ L'ensemble des N photons est dans un KDTree
 - Recherche des n plus proches voisins en $\log(N)$
 - Stockage indépendant de la géométrie !!

Génération/stockage des photons

Estimation de la densité

✓ Radiance en fonction de la densité



$$\begin{aligned}
 L(x, \vec{\omega}) &= \int_{\Omega} f_r(x, \vec{\omega}', \vec{\omega}) L'(x, \vec{\omega}') \cos \theta' d\omega \\
 &= \int_{\Omega} f_r(x, \vec{\omega}', \vec{\omega}) \frac{d\Phi^2(x, \vec{\omega}')}{d\omega \cos \theta' dA} \cos \theta' d\omega \\
 &= \int_{\Omega} f_r(x, \vec{\omega}', \vec{\omega}) \frac{d\Phi^2(x, \vec{\omega}')}{dA} \\
 &\approx \sum_{p=1}^n f_r(x, \vec{\omega}'_p, \vec{\omega}) \frac{\Delta\Phi_p(x, \vec{\omega}'_p)}{\pi r^2}
 \end{aligned}$$

✓ Donc:

- récolter les n photons les plus proches d'un point \hat{c}_r
- sommer leurs contributions, et diviser par πr^2

Rendu

Exemple

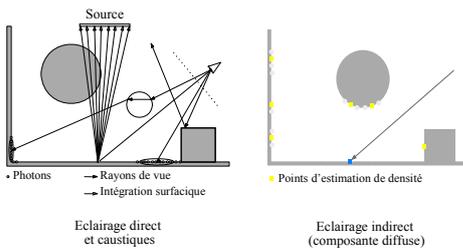


Rendu

Ecl. = Direct + indirect + caustiques

✓ On sépare les composantes:

- Caustiques: estimation de densité directe
- Eclairage direct: intégration sur la source
- Eclairage indirect: estimation de densité indirecte



Rendu

Exemple



Rendu

Exemple

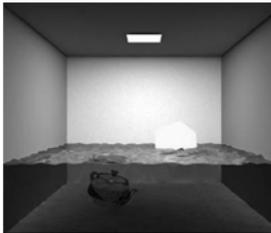
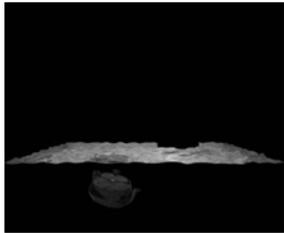


Image finale



Partie ray-tracée

Rendu

Exemples d'images



HQR - Projet RealReflect

Rendu

Des packages gratuits

Ray	Sources	**	http://www.cs.technion.ac.il/Labs/IsI/Project/Projects_done/ray.html
Helios32	Sources	*	http://www.helios32.com
Render Park	Sources	***	http://www.cs.kuleuven.ac.be/cwis/research/graphics/RENDERPARK/
Blue moon rendering tool	Exe	**	http://klec.usr.dico.unimi.it/~dan/grafica/doc/bmrt/doc/html/ (base sur RenderMan)
Radiance	Sources	**	http://radsite.lbl.gov/radiance/
HQR	Sources	**	http://artis.imag.fr/~Cyril.Soler/HQR

Références

- Radiosité
 - » *The hemicycle. A radiosity solution for complex environments.* Cohen, Greenberg. Siggraph85.
- Galerkin - ordres supérieurs
 - » *Galerkin (radiosity: a higher order solution method for global illumination.* H. Zatz. Siggraph93
 - » *Radiosity algorithms using higher order finite element methods.* R. Troutman, N. Max. Siggraph93
- Radiosité directionnelle
 - » *A hierarchical illumination algorithm for surfaces with glossy reflection.* L. Aupperle. P. Hanrahan. Siggraph93
 - » *A global illumination solution for general reflectance distributions.* F. Sillion *et al.* Siggraph91.
- Radiosité hiérarchique / Clustering
 - » *A unified hierarchical algorithm for global illumination with scattering volumes and object clusters.* F. Sillion. IEEE transactions on graphics. 1(3), sept 1995.
- Photon mapping
 - » *Realistic image synthesis using photon mapping.* H.W.Jensen, ISBN: 1-56881-140-7. AK Peters, 2001
 - » *A Practical Guide to Ray Tracing and Photon Mapping.* Siggraph'04 course notes.
