

# Illumination globale avancée radiosité et *photon-mapping*

Jeudi 8 Mars 2006  
C.Soler

---

---

---

---

---

---

---

---

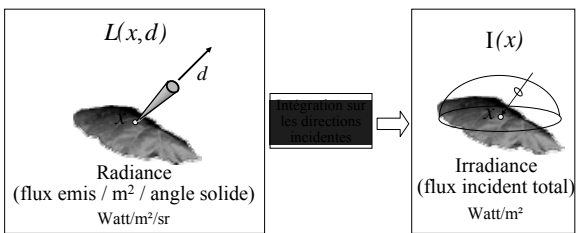
## Radiance

✓ Hypothèses:

- Pas d'ondulatoire
- Régime permanent
- Pas d'interaction avec l'air  
(intensité constante le long d'un rayon)



On s'intéresse à l'énergie lumineuse quittant la surface des objets dans chaque direction



Introduction

---

---

---

---

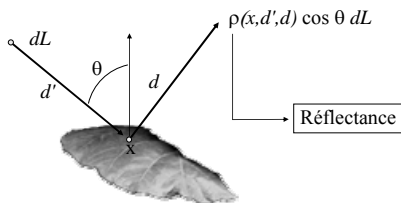
---

---

---

---

## Réflectance



Introduction

---

---

---

---

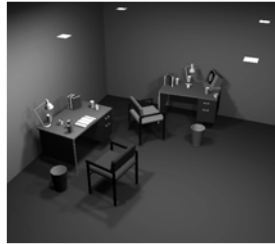
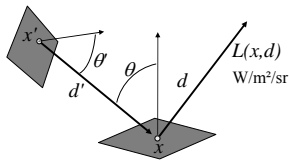
---

---

---

---

## Equation d'équilibre de la radiance



$$L(x, d) = E(x, d) + \int_V \underbrace{\rho(x, d, d')}_{\text{Réflectance}} \underbrace{v(x, x')}_{\text{Visibilité}} \underbrace{\cos(\theta)}_{\frac{\cos(\theta')}{(x-x')^2}} L(x', d') dx'$$

Radiance    Emittance    Réflectance    Visibilité     $\frac{\cos(\theta')}{(x-x')^2} L(x', d')$   
Watt/m<sup>2</sup>/sr

Introduction

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Plan

### Elements finis

- ✓ Discrétisation de l'équation du rendu
  - discrétisation de Galerkin, radiosité classique
  - méthodes de Galerkin aux ordres supérieurs
  - radiosité directionnelle
  - collocation
- ✓ Résolution
- ✓ Gestion de la complexité: la radiosité hiérarchique

### Approche probabiliste

- ✓ Le *photon mapping*

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Discrétisation

$$L(X) = E(X) + \int G(X, Y) L(Y) dY$$

- ✓ On approche  $L$  par  $L'$  dans une base de fonctions simples

$$L = \sum_{j=1}^n l_j \Lambda_j + \Delta L \quad \Rightarrow \quad L'(X) = E(X) + \int G(X, Y) L'(Y) dY + \Delta$$

- ✓ On "projette l'équation" (i.e on essaye d'annuler le résidu)

- Collocation: résidu nul en N points
- Méthodes de Galerkin: résidu orthogonal à la base de départ
  - » radiosité classique: base unif./polynômiale par morceau.
  - » *wavelet radiosity* [Gortler'93]: base d'ondelettes

$$\sum_{j=1}^n \lambda_{ij} l_j = e_i + \sum_{k=1}^n l_k \gamma_{ik} \quad \lambda_{ij} = \langle \Lambda_i, \Lambda_j \rangle$$

$$\gamma_{ik} = \langle \Lambda_i, \int G(X, Y) \Lambda_k(Y) dY \rangle$$

Discrétisation

---

---

---

---

---

---

---

---

---

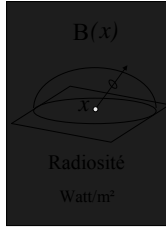
---

## Hypothèse diffuse

- ✓ On suppose indépendants des directions:
  - la réflectance de toutes les surfaces
  - l'émission sur les sources

→  $L(x, d)$  indépendant de  $d$

- ✓ On pose:  $B(x) = \int_{\Omega} L(x, d) \cos(\theta) d\omega$   
i.e  $B(x) = \pi L(x, \cdot)$



$$B(x) = \underbrace{\pi E(x)}_{\text{Radiosité Watt/m}^2} + \underbrace{\pi \rho(x, \dots)}_{\text{Émission diffuse}} \int_{\Omega} \underbrace{v(x, x')}_{\text{Réflectance diffuse}} \underbrace{\frac{\cos(\theta) \cos(\theta')}{\pi(x-x')^2}}_{\text{Visibilité Noyau } G(x, x')} B(x') dx'$$

Introduction

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Radiosité classique: Méthode de Galerkin

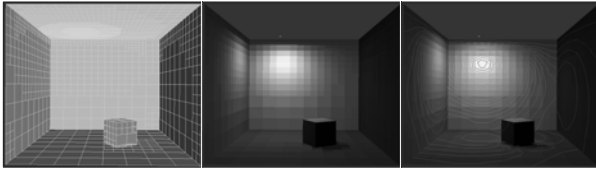
Equation d'équilibre  $\Lambda_j(x) = 1_{A_j}(x)$  →  $B_i = E_i + \rho_i \sum_j F_{ij} B_j$

$\sum_{j: A_j \cap A_i \neq \emptyset} \sum_{j: A_j \cap A_i \neq \emptyset} \int_{A_j} v(x, y) \frac{\cos(\theta) \cos(\theta')}{\pi d(x, y)^2} dx dy$

Facteur de forme

$\rho_i$ : réflectance de  $A_i$   
 $\tau_i$ : transmittance de  $A_i$   
 $B_i$ : radiosité sur  $A_i$

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} v(x, y) \frac{\cos(\theta) \cos(\theta')}{\pi d(x, y)^2} dx dy$$



Radiosité classique

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Propriétés des facteurs de forme

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_j F_{ij} B_j \quad F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} v(x, y) \frac{\cos(\theta) \cos(\theta')}{\pi d(x, y)^2} dx dy$$

- ✓ Additivité:
  - Si aucune droite ne rencontre à la fois  $A_i$ ,  $A_j$  et  $A_k$ :  
 $F_{A_i, A_j \cup A_k} = F_{A_i, A_j} + F_{A_i, A_k}$
- ✓ Réciprocité:  $A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$
- ✓ Interpretation physique:  $F_{ij}$  est la proportion d'énergie lumineuse qui, quittant  $A_j$ , atteint  $A_i$ :  $\Delta B_i = F_{ij} B_j$
- ✓ Conservation de l'énergie:  $\sum_j F_{ij} A_j = A_i$

$$\sum_j F_{ij} \leq 1$$

Radiosité classique

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## Plan

---

### Elements finis

- ✓ Discrétisation de l'équation du rendu
- ✓ Résolution
  - Résolution itérative (rappels)
  - Gestion du maillage
- ✓ Gestion de la complexité: la radiosité hiérarchique

### Approche probabiliste

- ✓ *Le photon mapping*

---

---

---

---

---

---

---

---

## Résolution itérative

---

- Gathering:

$$B_i^{k+1} = E_i + \rho_i \sum_{j=1}^{i-1} F_{ij} B_j^{k+1} + \rho_i \sum_{j=i+1}^n F_{ij} B_j^k$$

ou bien

$$B_i^{k+1} = E_i + \rho_i \sum_{j=1}^n F_{ij} B_j^k$$



- Shooting (Southwell)<sup>-</sup>  
pour tout j (initialisation de l'iteration n+1):

$$\Delta B_j^{n+1} = 0 \quad B_j^{n+1} = B_j^n$$

puis pour tout i et pour tout j:



$$B_j^{n+1} += \Delta B_i \rho_j F_{ji} \quad \text{Départ: } \Delta B_i = E_i$$

$$\Delta B_j^{n+1} += \Delta B_i \rho_j F_{ji} \quad B_i^0 = E_i$$

---

---

---

---

---

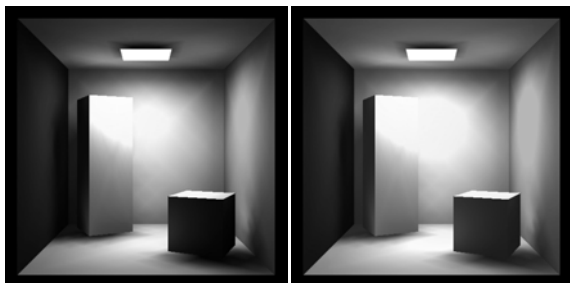
---

---

---

## Exemple

---



Départ de zéro

Départ d'un terme constant

Radiosité classique

---

---

---

---

---

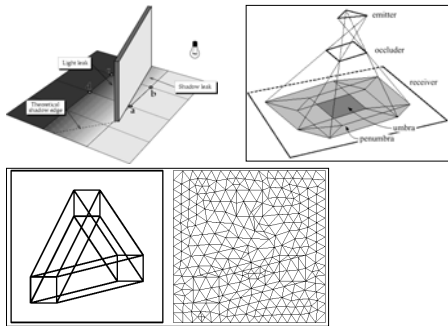
---

---

---

## Maillage de discontinuités

- ✓ Construire un maillage qui suit les discontinuités:



Gestion du maillage

---

---

---

---

---

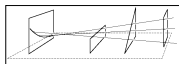
---

---

---

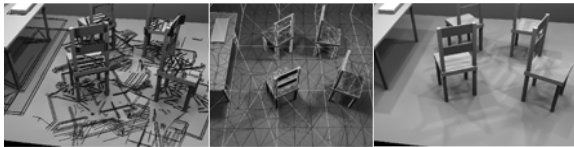
## Maillage de discontinuité

- ✓ Difficultés:
  - Les discontinuités sont nombreuses et de nature variable



Evènement triple-arete → quadrique

- Elles n'ont pas toutes le même impact sur la solution



Gestion du maillage

---

---

---

---

---

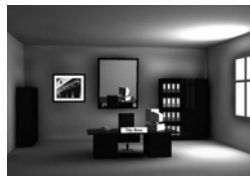
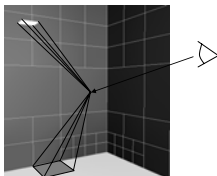
---

---

---

## Final gather (Recolte finale)

- ✓ Lancer de rayons depuis le point de vue
  - Re-calc en chaque point de la visibilité et de l'éclaircement



- Fournit des ombres parfaites, mais
  - très coûteux !
  - dépendant du point de vue
- permet des effets spéculaires locaux.

Gestion du maillage

---

---

---

---

---

---

---

---

## Plan

### Elements finis

- ✓ Discrétisation de l'équation du rendu
- ✓ Résolution
- ✓ Gestion de la complexité: approche hiérarchique
  - Radiosité hiérarchique
  - Représentation hiérarchique
  - Bénéfices de la hiérarchie

### Approche probabiliste

- ✓ Résolution par Monté-Carlo: *le photon mapping*

---

---

---

---

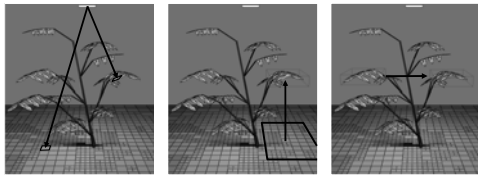
---

---

---

---

## Méthode hiérarchique de radiosité



- ✓ Etablir les transferts d'énergie (ou *liens*)
  - Suffisamment haut pour économiser des calculs
  - Suffisamment bas pour conserver la précision
- ✓ Trois phases par itération:
  - Raffinement ➡ assure la complétude des échanges
  - *Gather* ➡ transfert de l'énergie le long des liens
  - *Push/Pull* ➡ cohérence multi-échelles

Radiosité hiérarchique

---

---

---

---

---

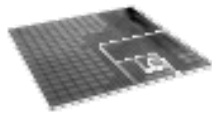
---

---

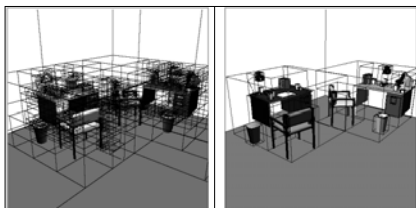
---

## Représentation hiérarchique du modèle

- ✓ Surfaces
  - Subdivision des rectangles et des triangles



- ✓ *Clusters*



Octree

Boîtes englobantes

Radiosité hiérarchique

---

---

---

---

---

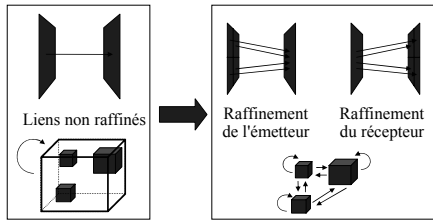
---

---

---

## Raffinement

- ✓ Départ: un unique lien de la scène sur elle même



- ✓ Oracle de raffinement:
  - rendre l'erreur uniforme
  - exemple: BF

Radiosité hiérarchique

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Gather

- ✓ Calcul des facteurs de forme (Raffinement)

$$A_i F_{ij} = \int_{A_j} \int_{A_i} v(x, y) \frac{\cos(\theta) \cos(\theta')}{\pi d(x, y)^2} dx dy$$

- Visibilité totale entre polygones  
 → Formule analytique
- Visibilité partielle ou clusters  
 → Intégration numérique
  - Méthodes interpolantes sans intérêt
  - Monte Carlo efficace

- ✓ Transferts d'énergie (Gather)

$$C_i^{n+1} = C_i^{n+1} + F_{ij} B_j^n \quad C: \text{Irradiance}$$

Radiosité hiérarchique

---

---

---

---

---

---

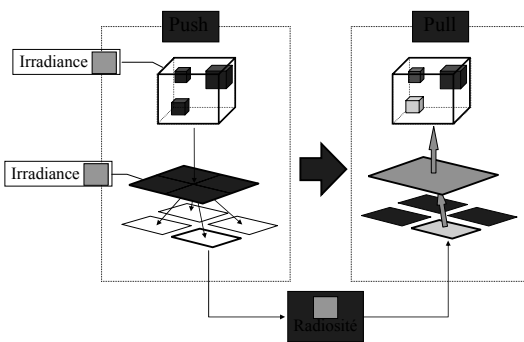
---

---

---

---

## Push/Pull



Radiosité hiérarchique

---

---

---

---

---

---

---

---

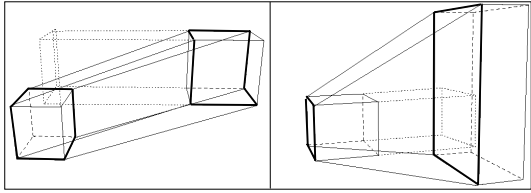
---

---



## Shaft culling

- ✓ Structure géométrique simple entre deux clusters
    - Rapide à calculer (4,6 ou 8 plans)
  - ✓ Assure sans approximation:
    - La visibilité totale entre deux clusters
    - La propriété se conserve après raffinement
- ➔ gain de CPU



6 plans

4 plans

Radiosité hiérarchique

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

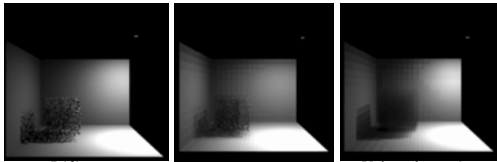
## Visibilité volumique

- ✓ On assimile les obstacles à des volumes homogènes d'extinction  $k(s)$ :

$$\frac{dL}{ds} = -\kappa(s)L(s) \quad L(S) = L(0)e^{-\int_0^S \kappa(s) ds} = L(0)e^{-\kappa V}$$

- ✓ Extinction équivalente (volume non homogène)

$$\kappa = \frac{A}{4V}$$



Référence

Visibilité volumique

Volume homogène

Radiosité hiérarchique

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Plan

### Elements finis

- ✓ Discrétisation de l'équation du rendu
- ✓ Résolution
- ✓ Gestion de la complexité: radiosité hiérarchique

### Approche probabiliste

- ✓ Le *photon mapping*
  - principe
  - generation/stockage des photons
  - rendu

---

---

---

---

---

---

---

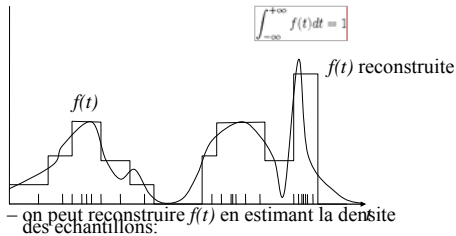
---

---

---

## Reconstruction d'une densité

✓ Cas 1D. Soit une densité de probabilité  $f$



$$f(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_{x,x+dx}}{N dx}$$

Principe

---

---

---

---

---

---

---

---

## Le photon mapping

✓ Principe:

- on considère la radiance comme une densité de probabilité
  - » l'intégrale de la radiance ne vaut pas 1 !!
  - » comment gère-t-on les couleurs ?
  - » la radiance est définie sur  $S^2 \times [0, 2\pi] \times [0, \pi/2]$
- on la calcule par estimation de densité
  - » comment obtenir les échantillons? (on ne connaît pas la radiance !)
  - » comment estimer la densité surfacique des échantillons ?

Principe

---

---

---

---

---

---

---

---

## Echantillonnage de la radiance

✓ Partons de l'équation de rendu:

$$L(x, d) = \underbrace{E(x, d)}_{\substack{\text{Radiance} \\ \text{Watt/m}^2/\text{sr}}} + \int_x \underbrace{\rho(x, d, d')}_{\substack{\text{Emittance} \\ \text{Réflectance}}} \underbrace{v(x, x')}_{\substack{\text{Visibilité}}} \underbrace{\cos(\theta)}_{\substack{\cos(\theta) \\ (x-x')^2}} L(x', d') dx'$$

$$L = E + RL$$

✓ Donc:  $L = E + RE + R^2E + \dots$

- créer des chemins lumineux aléatoires en utilisant  $R$ 
  - » partir des sources selon  $E$
  - » choisir les directions réfléchies selon  $p$
  - » appliquer le principe de la roulette russe pour l'absorption
  - » déposer un échantillon à chaque rebond

Génération/stockage des photons

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple



(Source de type ciel)

Génération/stockage des photons

---

---

---

---

---

---

---

---

## Le principe de la roulette russe

- ✓ Pour un photon incident de couleur  $s_{in}$ :
  - Le stocker
  - Déterminer et utiliser la probabilité qu'il soit réfléchi:

$$p_{refl\acute{e}c.}(x, \omega) = s_{in} \int_0^{\pi} \rho(x, \omega, \omega') \cos \theta' d\omega'$$

- Si oui, choisir la direction réfléchi  $\omega'$  en fonction de la densité de probabilité:

$$p(\omega') = \frac{\rho(x, \omega, \omega') \cos \theta'}{p_{refl\acute{e}c.}(x, \omega)}$$

- » Méthode de rejet
- » Inversion de la densité cumulée (difficile)

- Calculer la couleur d'intensité 1 du photon réfléchi:

$$s_{out} = \frac{\rho(x, \omega, \omega') s_{in}}{|\rho(x, \omega, \omega') s_{in}|}$$

- Avec:

$$|s| = 0.3s_R + 0.59s_G + 0.11s_B$$

Génération/stockage des photons

---

---

---

---

---

---

---

---

## Stockage des photons

- ✓ Dans chaque photon:
  - Position (3 floats)
  - Direction incidente (2 float  $\Leftrightarrow$  2 char)
  - Couleur (3 float  $\Leftrightarrow$  4 char), mais d'intensité 1
- ✓ L'ensemble des N photons est dans un KDTree
  - Recherche des n plus proches voisins en  $\log(N)$
  - Stockage indépendant de la géométrie !!

Génération/stockage des photons

---

---

---

---

---

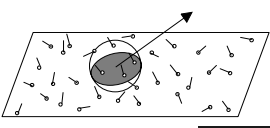
---

---

---

## Estimation de la densité

✓ Radiance en fonction de la densité



$$\begin{aligned}
 L(x, \vec{\omega}) &= \int_{\Omega} f_r(x, \vec{\omega}', \vec{\omega}) L'(x, \vec{\omega}') \cos \theta' d\omega \\
 &= \int_{\Omega} f_r(x, \vec{\omega}', \vec{\omega}) \frac{d\Phi^2(x, \vec{\omega}')}{d\omega \cos \theta' dA} \cos \theta' d\omega \\
 &= \int_{\Omega} f_r(x, \vec{\omega}', \vec{\omega}) \frac{d\Phi^2(x, \vec{\omega}')}{dA} \\
 &\approx \sum_{p=1}^n f_r(x, \vec{\omega}'_p, \vec{\omega}) \frac{\Delta\Phi_p(x, \vec{\omega}'_p)}{\pi r^2}
 \end{aligned}$$

✓ Donc:  
 - récolter les  $n$  photons les plus proches d'un point  $\square_r$   
 - sommer leurs contributions, et diviser par  $\pi r^2$

Rendu

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple



Rendu

---

---

---

---

---

---

---

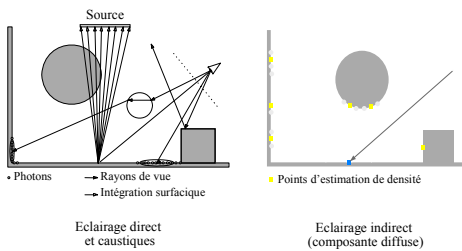
---

---

---

## Ecl. = Direct + indirect + caustiques

✓ On sépare les composantes:  
 - Caustiques: estimation de densité directe  
 - Eclairage direct: intégration sur la source  
 - Eclairage indirect: estimation de densité indirecte



Rendu

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Exemple



Rendu

---

---

---

---

---

---

---

---

### Exemple

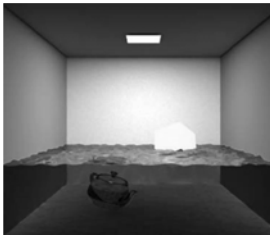
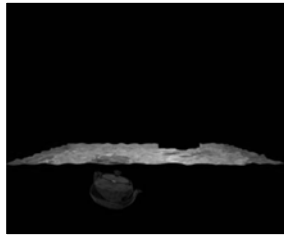


Image finale



Partie ray-tracée

Rendu

---

---

---

---

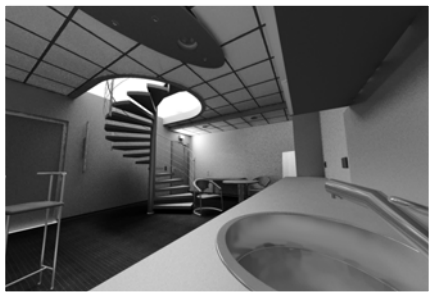
---

---

---

---

### Exemples d'images



HQR - Projet RealReflect

Rendu

---

---

---

---

---

---

---

---

## Des packages gratuits

Ray	Sources	**	<a href="http://www.cs.technion.ac.il/Labs/IsI/Project/Projects_done/ray/ray.html">http://www.cs.technion.ac.il/Labs/IsI/Project/Projects_done/ray/ray.html</a>
Helios32	Sources	*	<a href="http://www.helios32.com">http://www.helios32.com</a>
Render Park	Sources	***	<a href="http://www.cs.kuleuven.ac.be/cwis/research/graphics/RENDERPARK/">http://www.cs.kuleuven.ac.be/cwis/research/graphics/RENDERPARK/</a>
Blue moon rendering tool	Exe	**	<a href="http://klec.usr.dico.unimi.it/~dan/grafica/doc/bmrt/doc/html/">http://klec.usr.dico.unimi.it/~dan/grafica/doc/bmrt/doc/html/</a> (base sur RenderMan)
Radiance	Sources	**	<a href="http://radsite.lbl.gov/radiance/">http://radsite.lbl.gov/radiance/</a>
HQR	Sources	**	<a href="http://artis.imag.fr/~Cyril.Soler/HQR">http://artis.imag.fr/~Cyril.Soler/HQR</a>

---



---



---



---



---



---



---



---

## Références

- Radiosité
  - » *The hemisphere. A radiosity solution for complex environments.* Cohen, Greenberg. Siggraph85.
- Galerkin - ordres supérieurs
  - » *Galerkin radiosity: a higher order solution method for global illumination.* H. Zatz. Siggraph93.
  - » *Radiosity algorithms using higher order finite element methods.* R. Troutman, N. Max. Siggraph93.
- Radiosité directionnelle
  - » *A hierarchical illumination algorithm for surfaces with glossy reflection.* L. Aupperle, P. Hanrahan. Siggraph93.
  - » *A global illumination solution for general reflectance distributions.* F. Sillion *et al.* Siggraph91.
- Radiosité hiérarchique / Clustering
  - » *A unified hierarchical algorithm for global illumination with scattering volumes and object clusters.* F. Sillion. IEEE transactions on graphics. 1(3), sept 1995.
- Photon mapping
  - » *Realistic image synthesis using photon mapping.* H.W.Jensen, ISBN: 1-56881-140-7. AK Peters, 2001
  - » *A Practical Guide to Ray Tracing and Photon Mapping.* Siggraph'04 course notes.

---



---



---



---



---



---



---



---